КІБЕРНЕТИКА
та КОМП'ЮТЕРНІ
ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 519.854 DOI:10.34229/2707-451X.21.2.1

І.В. СЕРГІЄНКО, В.П. ШИЛО, В.О. РОЩИН, П.В. ШИЛО

ПРО ЕФЕКТИВНІСТЬ РОБОТИ ПОРТФЕЛІВ АЛГОРИТМІВ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Створення об'єднань (портфелів і команд) оптимізаційних алгоритмів дає змогу прискорити обчислювальний процес. У роботі розглядаються однорідні і неоднорідні портфелі алгоритмів. Досліджується ефективність однорідних портфелів алгоритмів на прикладі задачі про максимальний зважений розріз графу з використанням двох стохастичних алгоритмів локального типу.

Ключові слова: *дискретна оптимізація, портфелі алгоритмів, експериментальні дослідження.*

Вступ. Розв'язання задач дискретної оптимізації великої розмірності потребує обробки великих обсягів інформації за прийнятний час. Розпаралелювання складних обчислювальних процесів і процесів обробки великих масивів даних та знань успішно реалізується на багатопроцесорних обчислювальних комплексах, зокрема на суперкомп'ютерах СКІТ Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України. Такі комплекси надають фахівцям інструменти для розв'язання оптимізаційних задач безпрецедентного масштабу. З одного боку, не існує простого способу адаптувати існуючу теорію та алгоритми оптимізації для повної реалізації розподілених потужностей цих систем, що стримує їхнє широке використання. З іншого боку, моделі оптимізації, які повністю відображають суть реальних практичних задач великої розмірності (стохастичні умови, багатоетапну структуру, багатоцільові критерії тощо), потребують можливостей, забезпечуваних тільки паралельними обчисленнями. Такі обчислювальні ресурси не можна використовувати без ефективних і масштабованих паралельних методів. У зв'язку з цим важливу роль відіграють об'єднання (портфелі і команди) алгоритмів для розпаралелювання процесу розв'язання задач дискретної оптимізації. Крім того, можливість швидкої обробки великих масивів даних дає змогу розв'язувати реальні задачі в медицині, біології, економіці тощо. Побудова об'єднань (портфелів і команд) оптимізаційних алгоритмів дає змогу прискорити обчислювальний процес.

У роботі розглядаються однорідні і неоднорідні портфелі алгоритмів. У два етапи досліджується ефективність однорідних портфелів алгоритмів на прикладі задачі про максимальний зважений розріз графу з використанням стохастичних алгоритмів локального пошуку.

Однорідні і неоднорідні портфелі алгоритмів. При розробці алгоритмів з паралельною організацією обчислень слід ураховувати специфіку розпаралелювання і не дотримуватися стандартів послідовних алгоритмів. Послідовний і паралельний варіанти – це різні алгоритми, що переслідують різну мету і тому немає сенсу порівнювати їхню роботу у послідовному режимі.

Припустимо, що $A = \{A_1, ..., A_m\}$ – множина алгоритмів, які працюють паралельно на p різних процесорах. Кожен алгоритм повинен розв'язувати одну і ту ж задачу. Будь-який процесор може використовуватися одним алгоритмом множини A, а один і той же алгоритм можна використовувати на різних процесорах. Останній випадок має сенс, коли мова йде про рандомізований алгоритм розв'язання дискретної оптимізаційної задачі, випадкову поведінку якого визначає датчик псевдовипадкових чисел. Копією такого алгоритму будемо називати його варіант, отриманий при одному початковому значенні цього датчика. Очевидно, що при різних початкових значеннях датчика створюються різні копії вихідного алгоритму, які дають змогу здійснювати пошук відмінних між собою розв'язків.

Об'єднанням алгоритмів назвемо деяку підмножину множини A алгоритмів, які працюють паралельно над розв'язанням однієї задачі. Ця підмножина задається списком $\mathrm{union\,list}\{n_1 A_1, ..., n_m A_m\}$ алгоритмів A_i із зазначенням кількості $n_i, i = 1, ..., m$, використовуваних ними процесорів, причому $\sum_{i=1}^{m} n_i = p$. Такий список може бути або статичним – не змінюватися при розв'язанні задачі, або динамічним – змінюватися в певні з початку розв'язання моменти часу, або адаптивним – зміни в списку будуть залежати від ходу розв'язання оптимізаційної задачі.

Об'єднання алгоритмів, які не обмінюються інформацією і працюють незалежно один від одного, називають портфелем алгоритмів. Поняття портфеля алгоритмів запозичене з фінансів, де інвестори об'єднують різні активи для зниження ризику. Час розв'язання задачі за допомогою портфеля алгоритмів визначається часом найшвидшого її розв'язання на одному із процесорів.

Теоретичні дослідження паралельних портфелів алгоритмів, виконані на ранньому етапі, присвячені випадковим алгоритмам оптимізації. Наявність випадкових кроків – невід'ємна частина їхньої логіки.

При розробці портфеля алгоритмів можна паралельно запускати декілька копій одного і того ж алгоритму (однорідний портфель алгоритмів) або комбінувати об'єднання алгоритмів (неоднорідний портфель алгоритмів). У загальному випадку неоднорідний портфель кращий за однорідний.

Дослідженню портфелів алгоритмів присвячено ряд робіт (наприклад, [1–4]). У роботі [1] показано, що в деяких випадках портфель, що складається з декількох копій двох різних алгоритмів частково цілочислового програмування, переважає однорідні портфелі алгоритмів. Приклад ефективного підходу до розв'язання задачі розфарбування графу за допомогою портфеля алгоритмів можна знайти в [2]. У роботі [3] представлено обширні обчислювальні експерименти з РЕСТАРТ-стратегіями і портфелями алгоритмів з набором критеріїв для задач проектування мережі. Питання побудови портфеля алгоритмів для розв'язання задачі про максимальний зважений розріз графу розглядаються в [4], там же наводяться результати численних обчислювальних експериментів. Об'єднанням алгоритмів присвячено також роботи [5, 6] та ін.

Хоча в літературі відзначається, що однорідні портфелі не є оптимальними, такі портфелі набагато легше налаштовувати, ніж неоднорідні. Якщо розрив між ефективністю неоднорідного й однорідного портфелів не є істотним, простота настроювання є, як правило, більш кращим варіантом.

Перспективним є підхід до розпаралелювання копій імовірнісного алгоритму (однорідний портфель) з РЕСТАРТ-розподілами. РЕСТАРТ-розподіл – такий розподіл часу розв'язання задачі, при якому можна покращити якість її розв'язання шляхом використання деякої процедури перезапуску алгоритму. Важливо, що в ряді випадків при використанні такого підходу задача розв'язується набагато швидше, ніж при інших видах розпаралелювання. Цього можна досягти, наприклад, у випадку, коли розподіл часу розв'язання задачі алгоритмом є РЕСТАРТ-розподілом. Властивості розподілу часу розв'язання залежать як від розв'язуваної задачі, так і від застосовуваного алгоритму. Якщо для оптимізаційного алгоритму використовується, наприклад, оптимальне значення РЕСТАРТ-критерію, то час розв'язання задачі цим алгоритмом вже не буде РЕСТАРТ-розподілом.

Виникає питання: наскільки швидше може виконуватися неоднорідний портфель алгоритмів у порівнянні з однорідним портфелем при будь-якому наборі доступних алгоритмів? Це питання частково розглянуто в [7, 8] для класу так званих РЕСТАРТ-алгоритмів. РЕСТАРТ-алгоритм реалізується протягом фіксованого часу (періоду рестарту). Якщо критерій зупинки алгоритму не виконується (наприклад, оптимальний розв'язок недоступний), алгоритм перезапускається. Досліджено [7, 8], що кращий неоднорідний портфель алгоритмів у кращому випадку в 1.58 рази працює швидше, ніж кращий однорідний портфель алгоритмів, за умови, що окремі алгоритми є РЕСТАРТ-алгоритмами з оптимальним часом рестарту.

Портфелі алгоритмів для задачі про максимальний зважений розріз графу. На першому етапі проведено дослідження зі створення однорідних портфелів алгоритмів глобального рівноважного пошуку (ГРП) [9, 10] для розв'язання задачі про максимальний зважений розріз графу (WMAXCUT). Вона полягає у знаходженні на неорієнтованому графі $G = G(V, E)$ з множиною вершин V і множиною ребер E та невід'ємними вагами ребер розрізу максимальної сумарної ваги. Розрізом графу G називається розбиття (V_1, V_2) множини V його вершин на дві неперетинні підмножини V_1 і V_2, такі, що $i \in V_1$, $j \in V_2$, $i, j \in E$.

Схема алгоритму ГРП включає дві частини: генерацію розв'язку та пошук локального екстремуму з використанням цього розв'язку як початкового наближення. Для задачі WMAXCUT в алгоритмі зберігається найкращий знайдений розв'язок x_{best} і поточний кращий розв'язок $x_{\max}$. При знаходженні нового розв'язку x з тим же значенням цільової функції, що і для $x_{\max}$, розглядаються такі варіанти: (St) залишити без змін поточний найкращий розв'язок $x_{\max}$, (RM) замінити його на x, поклавши $x_{\max} = x$. Таким чином розв'язок $x_{\max}$ випадково рухається (Random Moving).

Подібні варіанти підходять і для оновлення x_{best}. Вибір різних правил оновлення для $x_{\max}$ і x_{best} дає змогу визначати різні варіанти алгоритму знаходження розв'язку. Ці варіанти разом з різними алгоритмами пошуку, що використовуються на другому етапі алгоритму ГРП, створюють широкий спектр алгоритмів для побудови їхніх об'єднань.

У множину A включено такі чотири алгоритми ГРП: RMSt1, RMSt11, StSt1 і StSt11. В алгоритмах RMSt1 і StSt1 в якості пошукового використовується варіант tabu1 алгоритму табу, а в алгоритмах RMSt11 і StSt11 – tabu11. У процедурі tabu1 виконується фіксоване число ітерацій при спробі покращення $x_{\max}$, а у процедурі tabu11 кількість ітерацій залежить від попередніх результатів пошуку.

Експериментальні дослідження проводилися з використанням PC Intel®Core™ i7-3770 CPU @ 3.30 GHz і 8.0GB та 24 тестових задач із множини {G14,…,G54} [11] і 7 задач із [12]. На рис. 1 показано типовий приклад прискорення процесу розв'язання цих задач за допомогою портфелів чотирьох розглянутих алгоритмів ГРП. На осі абсцис вказано відповідно номери першої і другої множини задач. Ординатою довільної точки графіка рис. 1 є коефіцієнт прискорення процесу розв'язання тестових задач, яке досягається за допомогою портфелів чотирьох алгоритмів ГРП. Якщо час розв'язання задачі послідовним алгоритмом дорівнює t_{serial}, а час її розв'язання на 4 процесорах за допомогою портфеля алгоритмів – $t_{portfolio}$, то коефіцієнт прискорення розраховується за формулою $t_{serial} \big/ \left(4t_{portfolio}\right)$. При цьому для кожної тестової задачі використовувався час, необхідний для пошуку відомого рекорду.

Із графіка рис. 1 видно, що найбільше прискорення має портфель p4StSt1. Для задачі G38 знайдено новий рекорд.

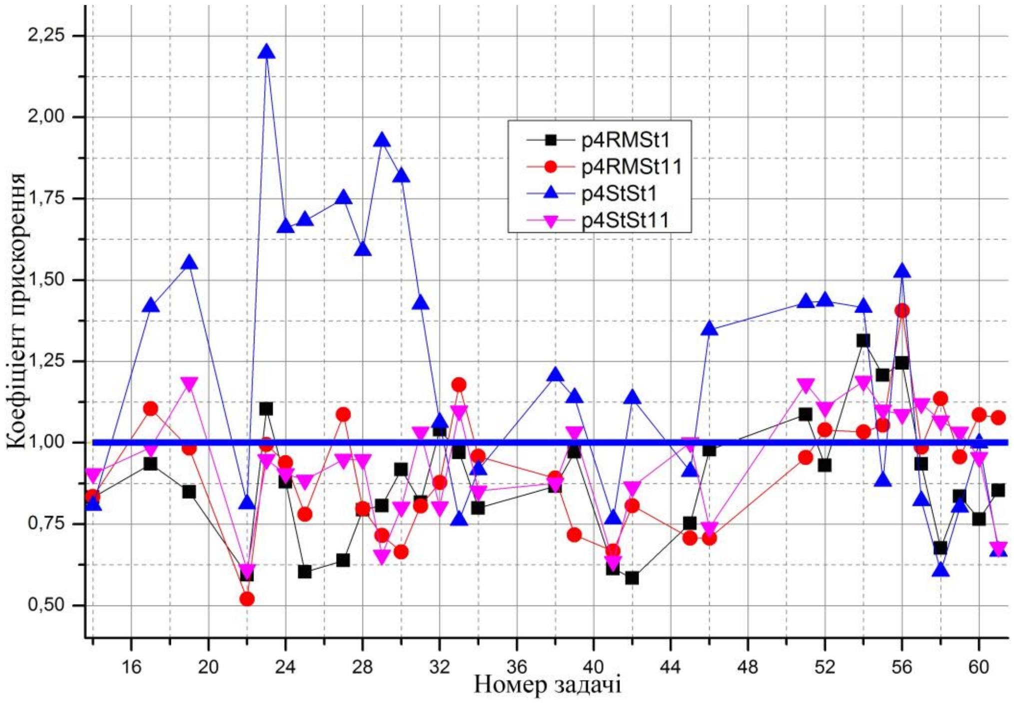

РИС. 1. Прискорення процесу розв’язання тестових задач за допомогою портфелів чотирьох алгоритмів ГРП

На другому етапі проведено дослідження для задачі WMAXCUT зі створення однорідних портфелів алгоритмів, які базуються на поєднанні ідей алгоритмів глобального рівноважного пошуку і path relinking [13]. Характерною рисою цих алгоритмів є проведення осциляції навколо найкращого знайденого розв’язку на основі методології path relinking. Їхня схема включає три етапи. На першому етапі за допомогою алгоритму ГРП генерується поточний розв’язок. Він разом з деяким елітним розв’язком (кращим розв’язком, отриманим з моменту старту) є початковим для алгоритму ГРП на другому етапі, а пошук здійснюється на множині шляхів, що з’єднують ці розв’язки (ідея path relinking). Якщо знайдено розв’язок, кращий за поточний, він стає поточним. Цей етап виконується для всіх елітних розв'язків. На третьому етапі формується деяка елітна множина. Для включення в неї поточний розв’язок повинен мати хороше значення цільової функції і перебувати досить далеко від цієї множини.

Обчислювальні експерименти з розпаралелювання процесу розв’язання задачі WMAXCUT проводились за допомогою портфелів чотирьох таких алгоритмів з використанням PC Intel®Core™ i7-3770 CPU @ 3.40 GHz і 8.0GB оперативної пам’яті в режимі реального часу. Інакше кажучи, всі алгоритми стартували одночасно. Експерименти здійснювались із множиною тестів, які широко використовуються для перевірки алгоритмів розв’язання задач WMAXCUT. Ці задачі можна завантажити з http://www.stanford.edu/~yyye/yyye/Gset/.

У таблиці представлено результати 20 спроб розв’язання задачі WMAXCUT з числом вершин 14000 за допомогою портфеля алгоритмів (*port_f* і *port_t* – відповідно отриманий у даній спробі рекорд і час в сек. його знаходження). Кожна спроба розв’язання задачі була обмежена 3600 сек. В останньому стовпці таблиці наведено середні значення для даних у кожному рядку.

ТАБЛИЦЯ. Результати проведених розрахунків для задачі G77

№ спроби	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	*mean*
port_f	9930	9926	9926	9926	9926	9926	9930	9926	9930	9926	
№ спроби	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	9928
port_f	9930	9928	9926	**9932**	9930	9926	9928	9930	9930	9928	
№ спроби	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
port_t	3216	3504	1074	1245	2896	2974	2654	3576	3385	2458	2474
№ спроби	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
port_t	2602	3107	1532	2161	2467	1201	3421	1809	3271	931	

На рис. 2 показано усереднену динаміку процесу розв’язання задачі G81 про максимальний зважений розріз графу з числом вершин 20000 за допомогою портфеля чотирьох алгоритмів. Кожна точка на графіку показує середній час знаходження розв’язку з відповідним значенням цільової функції. Жирною горизонтальною лінією виділено раніше відомий рекорд [14].

Експериментальні дослідження з розпаралелювання процесу розв’язання задач WMAXCUT виконувались також з використанням багатопроцесорного обчислювального комплексу СКІТ-4 Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова. Була розв’язана задача G81.

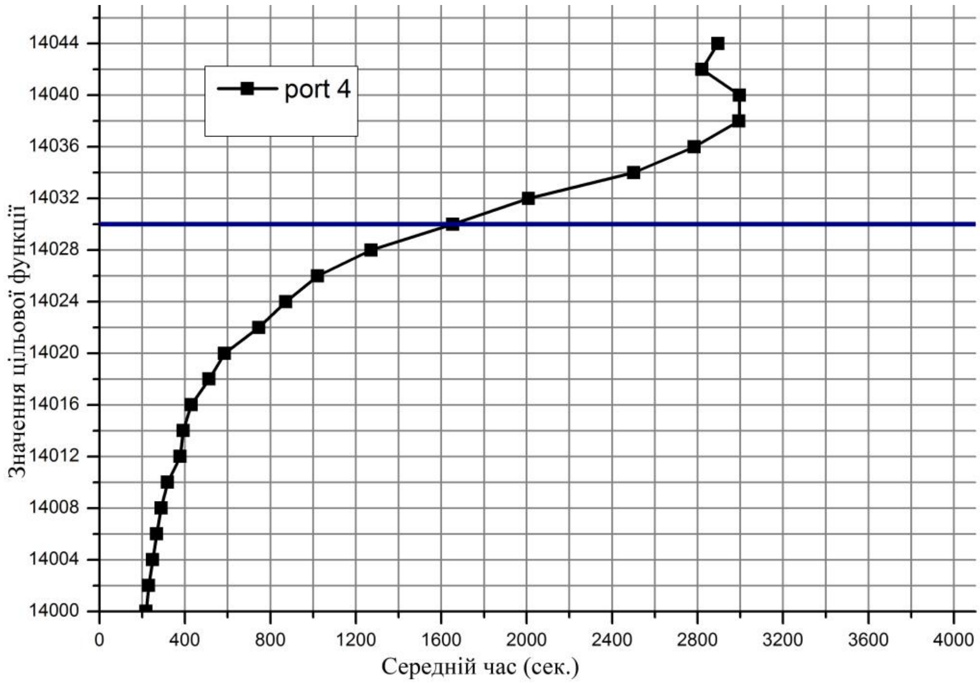

РИС. 2. Усереднена динаміка процесу розв’язання задачі G81

На рис. 3 показано прискорення процесу розв'язання задачі G81 за допомогою портфелів з різною кількістю алгоритмів ГРП у порівнянні з одним алгоритмом. На осі абсцис цього рисунка вказано досягнуті значення цільової функції, а на осі ординат – коефіцієнти прискорення процесу розв'язання задачі з використанням портфелів алгоритмів порівняно з одним алгоритмом.

Аналіз отриманих результатів показує, що портфель із 128 алгоритмів ГРП у 127 разів швидше, ніж один алгоритм, знаходить розв'язок задачі із значенням цільової функції 14054.

Якщо алгоритми, що входять в об'єднання, обмінюються інформацією, то таке об'єднання називають командою алгоритмів. Одним із можливих шляхів прискорення процесу розв'язання задачі при розпаралелюванні команд алгоритмів є їхня взаємодія, обмін отриманою інформацією між ними. При обміні інформацією можуть бути посилені кращі якості алгоритмів, що призведе до зменшення часу їхньої роботи і покращення якості розв'язків. Вивченню команд алгоритмів будуть присвячені подальші дослідження.

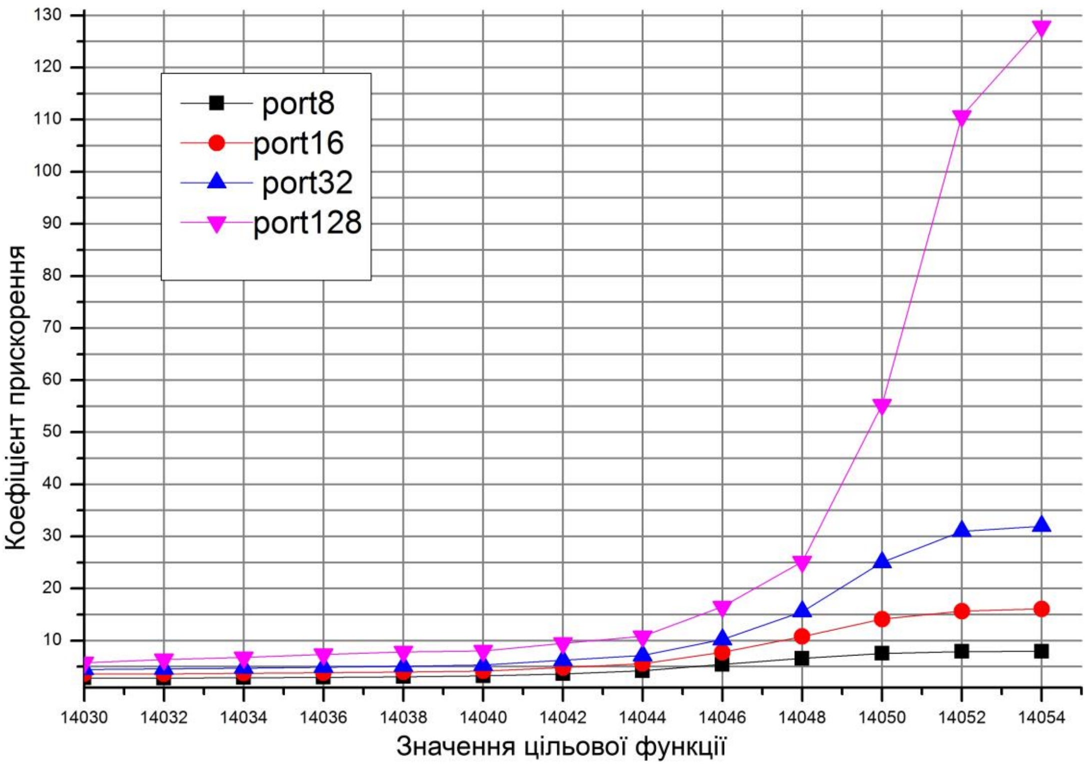

РИС. 3. Прискорення процесу розв'язання задачі G81

Висновки. У роботі побудовано однорідні портфелі двох стохастичних алгоритмів локального пошуку для задачі про максимальний зважений розріз графу. Проведені експериментальні розрахунки показали, що використання портфелів алгоритмів дає змогу прискорити оптимізаційний процес та отримати кращі розв'язки.

У подальшому передбачається створення для дискретних оптимізаційних задач команд алгоритмів, які обмінюються інформацією між собою. Це дозволить покращити відомі результати.

Список літератури

1. Gomes C.P., Selman B. Algorithm portfolios. *Artificial Intelligence*. 2001. Vol. **126**, N 1–2. P. 43–62. https://doi.org/10.1016/S0004-3702(00)00081-3
2. Huberman B.A. An economics approach to hard computational problems. *Science*. 1997. Vol. **275**, N 5296. P. 51–54. https://doi.org/10.1126/science.275.5296.51
3. Chabrier A., Danna E., Pape C.L., Perron L. Solving a network design problem. *Annals of Oper. Res*. 2004. Vol. **130**, N 1–4. P. 217–239. https://doi.org/10.1023/B:ANOR.0000032577.81139.84
4. Шило В.П., Рощин В.А., Шило П.В. Построение портфеля алгоритмов для распараллеливания процесса решения задачи о максимальном взвешенном разрезе графа. *Компьютерная математика*. Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, 2014. № **2**. С. 163–170.
5. Shylo V.P., Glover F., Sergienko I.V. Teams of global equilibrium search algorithms for solving the weighted maximum cut problem in parallel. *Кибернетика и системный анализ*. 2015. Т. **51**, № 1. С. 20–29. https://doi.org/10.1007/s10559-015-9692-2
6. Shylo V.P., Shylo O.V. Algorithm Portfolios and Teams in Parallel Optimization. Optimization Methods and Applications. S. Butenko, P.M. Pardalos, V. Shylo (eds.). New York: Springer, 2017. P. 481–493. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68640-0_23
7. Mostovyi O., Prokopyev O.A., Shylo O.V. On maximum speedup ratio of restart algorithm portfolios. *INFORMS J. on Computing*. 2013. Vol. **25**, N 2. P. 222–229. https://doi.org/10.1287/ijoc.1120.0497
8. Shylo O.V., Prokopyev O.A., Rajgopal J. On algorithm portfolios and restart strategies. *Oper. Res. Lett*. 2011. Vol. **39**, N 1. P. 49–52. https://doi.org/10.1016/j.orl.2010.10.003
9. Шило В.П. Метод глобального равновесного поиска. *Кибернетика и системный анализ*. 1999. Т. **35**, № 1. С. 74–81. http://nbuv.gov.ua/UJRN/KSA_2012_48_4_10
10. Сергиенко И.В., Шило В.П. Задачи дискретной оптимизации: проблемы, методы решения, исследования. Киев: Наукова думка, 2003. 264 с.
11. Helmberg C., Rendl F. A spectral bundle method for semidefinite programming. *SIAM J. on Optimization*. 2000. Vol. **10**. P. 673–696. https://doi.org/10.1137/S1052623497328987
12. Burer S., Monteiro R.D.C., Zhang Y. Rank-two relaxation heuristics for MAX-CUT and other binary quadratic programs. *SIAM J. on Optimization*. 2002. Vol. **12**. P. 503–521. https://doi.org/10.1137/S1052623400382467
13. Glover F., Laguna M., Marti R. Fundamentals of scatter search and path relinking. *Control and Cybernetics*. 2000. Vol. **39**. P. 653–684.
14. Benlic U., Hao J.K. Breakout local search for the max-cut problem. *J. Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2013. Vol. **26**, N 3. P. 1162–1173 https://doi.org/10.1016/j.engappai.2012.09.001

Одержано 02.06.2021

Сергієнко Іван Васильович,
доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАН України,
директор Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ,
https://orcid.org/0000-0002-1118-7451

Шило Володимир Петрович,
доктор фізико-математичних наук, професор, провідний науковий співробітник
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ,
v.shylo@gmail.com

Рощин Валентина Олексіївна,
кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ,

Шило Петро Володимирович,
кандидат фізико-математичних наук, науковий співробітник
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ.
petershylo@gmail.com

UDC 519.854

Ivan Sergienko, Vladimir Shylo, Valentyna Roshchyn, Petro Shylo *

The Efficiency of Discrete Optimization Algorithm Portfolios

V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine, Kyiv
* *Correspondence: petershylo@gmail.com*

Introduction. Solving large-scale discrete optimization problems requires the processing of large-scale data in a reasonable time. Efficient solving is only possible by using multiprocessor computer systems. However, it is a daunting challenge to adapt existing optimization algorithms to get all the benefits of these parallel computing systems. The available computational resources are ineffective without efficient and scalable parallel methods. In this connection, the algorithm unions (portfolios and teams) play a crucial role in the parallel processing of discrete optimization problems.

The purpose. The purpose of this paper is to research the efficiency of the algorithm portfolios by solving the weighted max-cut problem. The research is carried out in two stages using stochastic local search algorithms.

Results. In this paper, we investigate homogeneous and non-homogeneous algorithm portfolios. We developed the homogeneous portfolios of two stochastic local optimization algorithms for the weighted max-cut problem, which has numerous applications. The results confirm the advantages of the proposed methods.

Conclusions. Algorithm portfolios could be used to solve well-known discrete optimization problems of unprecedented scale and significantly improve their solving time. Further, we propose using communication between algorithms, namely teams and portfolios of algorithm teams. The algorithms in a team communicate with each other to boost overall performance. It is supposed that algorithm communication allows enhancing the best features of the developed algorithms and would improve the computational times and solution quality. The underlying algorithms should be able to utilize relevant data that is being communicated effectively to achieve any computational benefit from communication.

Keywords: Discrete optimization, algorithm portfolios, computational experiment.