

КІБЕРНЕТИКА та КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 519.85

DOI:10.34229/2707-451X.23.3.1

А.М. ЧУГАЙ, Т.Є. РОМАНОВА, Г.М. ЯСЬКОВ, М.І. ГІЛЬ,
С.Б. ШЕХОВЦОВ

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАКУВАННЯ ТРИВИМІРНИХ ОБ'ЄКТІВ ОБМЕЖЕНИХ СФЕРИЧНИМИ ТА КОНІЧНИМИ ПОВЕРХНЯМИ

Вступ. Адитивне виробництво (АВ), також відоме як 3D друк, привернуло значну увагу та впровадження в різних галузях науки та промисловості завдяки своїй здатності створювати складні геометрії з високою точністю [1, 2]. Нещодавні досягнення в цій технології, такі як моделювання плавленого осадження (FDM), стереолітографія (SLA) і селективне лазерне спікання (SLS), роблять АВ перспективним виробництвом. Однак виготовлення готових до використання деталей за допомогою різних технологій АВ – складне завдання [3, 4].

Для досягнення повного потенціалу та ефективності АВ необхідно розробити більш продуктивні методи оптимізації для підвищення економічної ефективності процесу 3D друку. Так наприклад, деякі параметри АВ, такі як щільність заповнення, тип заповнення, температура екструзії значно впливають на якість та продуктивність виробництва [5].

У роботі [6] наводиться огляд поточного стану досліджень у галузі оптимізації параметрів 3D друку, охоплюючи різні типи технологій, методи оптимізації та показники продуктивності.

В останні роки дослідники зосередилися на розробці підходів оптимізації пакування деталей в АВ. Ці підходи спрямовані на автоматизацію та оптимізацію розміщення складних деталей у камері 3D принтера, враховуючи різні обмеження та цілі. У більшості варіантів технології АВ процеси збирання відбуваються всередині внутрішнього закритого контейнера, який називається робочою камерою 3D принтера. Ефективність, з якою цей об'єм камери принтера буде заповнено деталями, що виготовляються, є важливим визначальним фактором загальної ефективності процесу в АВ. В роботі [7] задача ефективного заповнення камери принтера сформульована як тривимірна задача нерегулярного пакування, яка є задачею комбінаторної оптимізації. Автори роботи розглядають існуючу загальну таксономію пакування та надають нові специфікації, які більш підходять для класифікації

Для підвищення економічної ефективності процесу 3D друку запропоновано методіку оптимізації пакування промислових виробів, що можуть бути апроксимовані геометричними об'єктами обмеженими сферичними та конічними поверхнями. Для того щоб в аналітичному вигляді описати обмеження розміщення відповідно до стандартів 3D друку використовується метод ρ -функцій. Побудовано математичну модель у вигляді задачі нелінійного програмування. Розроблено алгоритм генерації допустимих стартових точок та метод пошуку локальних екстремумів. Наведено чисельні приклади.

Ключові слова: пакування, сферичні конуси, математичне моделювання, оптимізація, адитивне виробництво.

© А.М. Чугай, Т.Є. Романова, Г.М. Яськов,
М.І. Гіль, С.Б. Шеховцов, 2023

проблем, що виникають у АВ. Вказано, що збільшення щільності пакування при мінімізації матеріальних витрат має вирішальне значення для досягнення економічно ефективного АВ.

Для ефективного розв'язання проблеми важливо не тільки розуміти проблему, але й проаналізувати, які методи виявилися ефективними для розв'язання подібних проблем.

У статті [8] подано огляд математичних моделей, що стосуються задач нерегулярного пакування. Обговорюються різні математичні підходи, які використовуються для розв'язання задач пакування з наголосом на задачах, пов'язаних з об'єктами нерегулярної форми.

Оскільки задачі пакування є NP-складними, то одним із поширених підходів для розв'язання цих задач є ймовірнісні методи. Одним з таких методів є генетичний алгоритм [9], який імітує процес природного відбору шляхом еволюції популяції кандидатів на рішення протягом багатьох поколінь. У генетичному алгоритмі кожне рішення-кандидат представлено у вигляді хромосоми, яка складається з набору генів, які кодують розміщення та орієнтацію об'єктів. Інші ймовірнісні методи пошуку, які можна використовувати в задачах пакування, включають моделювання відпалу [10] та оптимізацію колонії мурашок [11]. Імітований відпал – це алгоритм стохастичної оптимізації, який досліджує простір пошуку шляхом поступового зниження температури системи, дозволяючи їй уникнути локальних оптимумів. Загалом, імовірнісні методи пошуку можуть бути ефективними в задачах пакування у випадках коли простір розв'язків є великим або цільова функція складна. Однак якість отриманих рішень залежить від вибору алгоритму пошуку, кодування рішень і вибору параметрів.

Імовірнісний пошук пучка променя [12] є різновидом імовірнісного пошуку, який можна використовувати в задачах пакування для підвищення ефективності процесу пошуку. У пошуковому промені, замість того, щоб підтримувати популяцію потенційних рішень, фіксована кількість найбільш перспективних рішень (звана шириною променя) зберігається на кожній ітерації пошуку. Перевага променевого пошуку полягає у тому, що він більш ефективний у використанні пам'яті, ніж інші ймовірнісні методи пошуку, оскільки він зберігає лише фіксовану кількість рішень у промені на кожній ітерації. Це може бути особливо корисним у проблемах пакування, де простір пошуку може бути дуже великим. Однак ефективність пошуку променя залежить від вибору ширини променя та методу генерації нових рішень.

Постановка задачі. У сучасному промисловому виробництві виникає потреба друку складних за формою промислових виробів та деталей. На рис. 1 показано деякі приклади таких деталей.

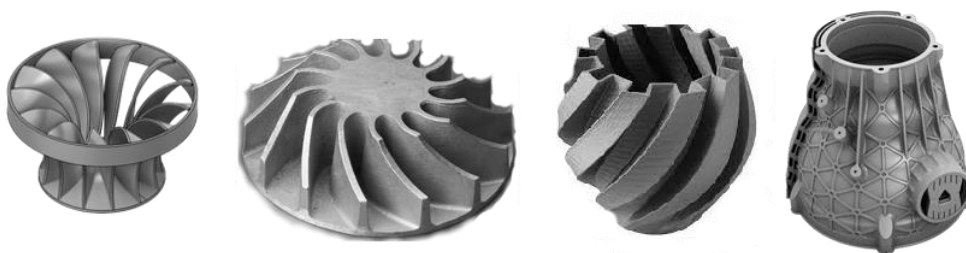


РИС. 1. Приклади промислових деталей, які виробляються за допомогою технології 3D-друку

Для того щоб в аналітичному вигляді описати обмеження розміщення подібних об'єктів у заданому контейнері просторову форму деталей апроксимуємо геометричними об'єктами, які генеруються “складеним сферичним конусом” (рис. 2).

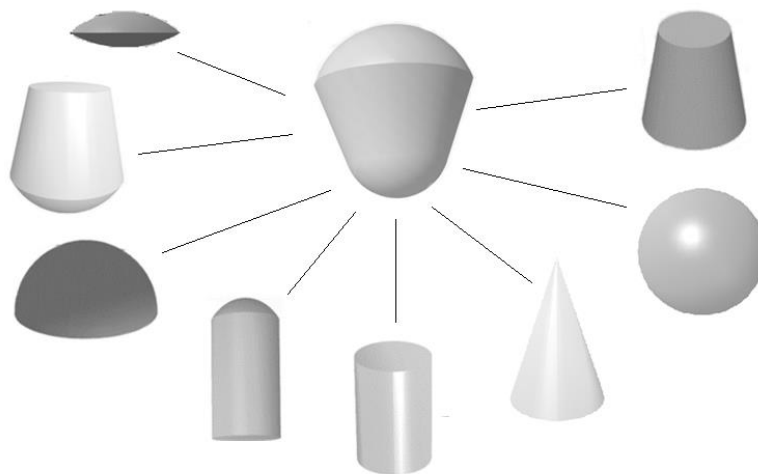


РИС. 2. Сім'я геометричних об'єктів

“Складений сферичний конус” – це опуклий тривимірний об'єкт (об'єднання усіченого конуса та двох сферичних сегментів), який в залежності від метричних характеристик може прийняти просторову форму, наприклад, сферичного конуса, сферичного циліндра, циліндра, конуса, усіченого конуса, сфери, сферичного сегмента або диска (див. рис. 2). Позначимо описану сім'ю геометричних об'єктів як \mathfrak{R} .

Сформулюємо задачу оптимізації таким чином.

Нехай задано набір промислових виробів, які необхідно роздрукувати, використовуючи 3D принтер. Апроксимуємо заданий набір виробів за допомогою множини геометричних об'єктів $S_i \in \mathfrak{R}$, $i \in I = \{1, \dots, n\}$. Зазначимо, що сім'я \mathfrak{R} дозволяє з певною точністю апроксимувати просторову форму деяких промислових деталей, які можуть бути вироблені за допомогою технології 3D друку (рис. 3).

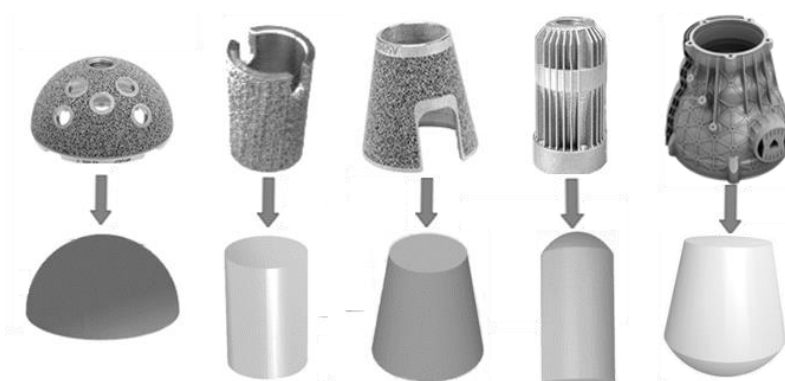


РИС. 3. Представлення промислових деталей за допомогою сім'ї \mathfrak{R}

Кожен об'єкт S_i , $i \in I$, може бути трансльований на вектор $u_i = (x_i, y_i, z_i)$ та повернутий на кути $\eta_i = (\eta_{x_i}, \eta_{y_i}, \eta_{z_i})$, $i \in I$. Вектор руху об'єкта $S_i \in R^3$, позначимо $v_i = (u_i, \eta_i)$. Тоді вектор $v = (v_1, v_2, \dots, v_n) \in R^{6n}$ визначає вектор змінних всіх об'єктів.

Контейнер (камера 3D принтера) задамо у вигляді кубоїда зі змінною висотою h

$$C(p) = \{(x, y, z) \in R^3 : 0 \leq x \leq l, 0 \leq y \leq w, 0 \leq z \leq h\}.$$

Крім того, для того щоб витримати технологічну умову розміщення виробів у камері 3D принтера задамо мінімально допустиму технологічну відстань d між об'єктами.

Постановка задачі. Знайти вектор v , який визначатиме розміщення об'єктів $S_i, i \in I$, у контейнері $C(h)$ мінімальної висоти з урахуванням мінімально допустимої відстані d .

Математична модель. Для моделювання обмежень розміщення використовується нормалізована квазі ρ -функція [13], в якій використовується розділяюча площина P зі змінними параметрами $u_p = (\alpha, \beta, \gamma)$.

Математичну модель оптимізаційної задачі пакування можна представити у вигляді

$$\min_{v, u_p, h} h \tag{1}$$

за умови

$$\begin{aligned} \Phi'_{ij}(v_i, v_j, u_{ij}) - 0.5d &\geq 0, \quad i < j \in I, \\ \Phi_i(v_i, h) &\geq 0, \quad i \in I, \\ v &= (v_i, i \in I), \quad u_p = (u_{ij}, \quad i < j \in I), \end{aligned} \tag{2}$$

де $\Phi'_{ij}(v_i, v_j, u_{ij})$ – нормалізована квазі ρ -функція об'єктів $S_i(v_i)$ та $S_j(v_j)$, $i < j \in I$ [13], $\Phi_i(v_i, h)$ – ρ -функція об'єктів $S_i(v_i)$ та $C^* = R^3 \setminus \text{int } C$, $i \in I$ [13], $u_p = (u_{ij}, \quad i < j \in I)$ – вектор параметрів розділяючих площин для кожної пари об'єктів $S_i(v_i)$ та $S_j(v_j)$, $i < j \in I$, $u_{ij} = (\alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij})$, $6n + \frac{3}{2}n(n-1) + 1$ – кількість змінних.

Вкажемо на деякі особливості математичної моделі (1)–(2).

Квазі ρ -функція $\Phi'_{ij}(v_i, v_j, u_{ij})$ в загальному випадку формується за допомогою оператора «тах», тому область допустимих розв'язків (2) можна представити у вигляді

$$W = W_0 \cup W_1 \cup \dots \cup W_\tau \cup \dots \cup W_m, \tag{3}$$

де множина W_τ описується системою нерівностей $Y_\tau(X) \geq 0$ з гладкими функціями.

Оскільки математична модель (1)–(2) – це задача нелінійного програмування великої розмірності, то для її розв'язання будемо допустиму стартову точку.

Побудова допустимої стартової точки. Серед способів, які застосовуються для визначення стартових точок, у задачах розміщення об'єктів, головним чином використовуються модифікації "жадібних" алгоритмів [14]. Тим не менше, важливо зазначити, що використання "жадібних" алгоритмів представляє велику складність аналітичного опису обмежень розміщення.

В даній роботі пропонується алгоритм, який включає послідовність таких кроків.

Для кожного об'єкта S_i визначаємо охоплюючу сферу K_i мінімального радіусу r_i^0 за умови, що власні системи координат об'єктів S_i та K_i збігаються $i \in I$. Далі припускаємо, що $r_i, \quad i \in I, \epsilon$

змінними. Висота h^0 контейнера обирається досить великою, таким чином, щоб усі сфери K_i , $i \in I$, задалегідь вільно розміщувались у контейнері. Встановлюємо $r_i = 0$, $i \in I$, і генеруємо стартовий вектор $v' = (v'_1, \dots, v'_n)$, так що $v'_i \in C(h^0)$, $i \in I$.

Розв'язуємо задачу нелінійного програмування

$$\max_{v,r} \sum_{i=1}^n r_i \quad (4)$$

за умови

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}(v_i, v_j, r_i, r_j) &\geq d, \quad i < j \in I, \\ \Phi_i(v_i, r_i) &\geq 0, \quad i \in I, \\ r_i^0 - r_i &\geq 0, \quad r_i \geq 0, \quad i \in I, \\ r &= (r_1, \dots, r_n), \quad v = (v_1, \dots, v_n), \end{aligned} \quad (5)$$

де $\Phi_{ij}(v_i, v_j, r_i, r_j)$ – нормалізована phi-функція для $K_i(v_i, r_i)$ та $K_j(v_j, r_j)$, $\Phi_i(v_i, r_i)$ – phi-функція для $K_i(v_i, r_i)$ та $C^*(h^0)$.

Нехай (v^*, r^0) – точка глобального максимуму задачі (4)–(5) за умови $\sum_{i=1}^n r_i = \sum_{i=1}^n r_i^0$, $r^0 = (r_i^0, i \in I)$.

Взявши точку (v^*, h^0) як стартову розв'язуємо задачу

$$\min_{v,h} h, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}(v_i, v_j) &\geq d, \quad i < j \in I, \\ \Phi_i(v_i, h) &\geq 0, \quad i \in I, \end{aligned} \quad (7)$$

де $\Phi_{ij}(v_i, v_j)$ – нормалізована phi-функція для $K_i(v_i)$ та $K_j(v_j)$, $\Phi_i(v_i, h)$ – phi-функція для $K_i(v_i)$ та $C^*(h)$ [13].

Нехай (v'', h'') – точка локального мінімуму задачі (6)–(7). Для того щоб побудувати допустиму стартову точку X^\bullet задачі (1)–(2) встановимо $v^\bullet = v''$ та випадковим чином і задамо кути $\eta_{x_i}^\bullet, \eta_{y_i}^\bullet, \eta_{z_i}^\bullet$, $i \in I$. Далі будемо вектор u_p^\bullet . Для визначення компонентів u_{ij}^\bullet для кожної пари сфер $K_i(v_i)$ та $K_j(v_j)$, $i < j \in I$, будуються розділяючі площини.

Локальна оптимізація. Оскільки область задається великою кількістю змінних та нерівностей, пряме використання методів нелінійної оптимізації призводить до значних втрат обчислювального часу. Враховуючи, що область допустимих рішень може бути подана як об'єднання підобластей (3), можливо вагомо зменшити час пошуку локального мінімуму, за допомогою зведення задачі до послідовного розв'язання підзадач, де область допустимих розв'язків визначається набагато меншою кількістю нелінійних нерівностей. Розглянемо цей підхід детально.

Спочатку обираємо допустиму підобласть W_0 , $X^* \in W_0 \subset W$. У загальному випадку кожна квазі phi-функція $\Phi'_{ij}(v_i, v_j, u_{ij})$ включає функцію $\Psi_{ij}(v_i, v_j, u_{ij}) = \max\{\Psi_{ij}^s(v_i, v_j, u_{ij}), s = 1, \dots, n_{ij}\}$, де n_{ij} залежить від форми об'єктів S_i і S_j . Тому W_0 задається системою нерівностей, яка формується шляхом вибору в кожній квазі phi-функції $\Phi'_{ij}(v_i, v_j, u_{p_{ij}})$, однієї з функцій $\Psi_{ij}^{s^*}(v_i, v_j, u_{ij}), s^* \in \{1, \dots, n_{ij}\}$, $i < j \in I$, таких що $\Phi'_{ij}(v_i^*, v_j^*, u_{ij}^*) = \Psi_{ij}^{s^*}(v_i^*, v_j^*, u_{ij}^*)$. У результаті отримуємо систему нерівностей $\Upsilon^0(X) \geq 0$ (3), що описує підобласть W_0 .

Після цього вирішуємо задачу

$$\min_{X \in W_0} h \tag{8}$$

і обчислюємо точку локального мінімуму X^{0*} для стартової точки $X^* \in W_0$. Далі в системі $\Upsilon^0(X^{0*}) \geq 0$ (3) обираємо активні нерівності.

Нехай обрані нерівності належать системам нерівностей $\Psi_{ij}^{s^*(0)}(v_i, v_j, u_{ij}) \geq 0$, $i \in I_1^{(0)} \subset I$, $j \in I_2^{(0)} \subset I$, $I_1^{(0)} \neq I_2^{(0)}$. Це дозволяє вибрати функції $\Phi'_{ij}(v_i, v_j, u_{ij})$, які включають функції $\Psi_{ij}^{s^*(0)}(v_i, v_j, u_{ij})$ і обчислити їх значення в точці X^{0*} . Припустимо, що значення функції $\Phi'_{ij}(X^{0*})$ додатні для $i \in I_1^{(0)}$, $j \in I_2^{(0)}$. Тоді замінюємо підсистему $\Psi_{ij}^{s^*(0)}(v_i, v_j, u_{ij}) \geq 0$ на підсистему $\Psi_{ij}^{s^*(1)}(v_i, v_j, u_{ij}) \geq 0$ для $i \in I_1^{(1)} \subset I$, $j \in I_2^{(1)} \subset I$, $I_1^{(1)} \neq I_2^{(1)}$. У результаті отримуємо нову підсистему нерівностей, яка описує нову допустиму множину $W_1 \subset W$. Нехай $X^{0*} \in W_1$. Взявши точку X^{0*} як стартову розв'язуємо задачу $\min_{X \in W_1} h$, і знаходимо точку локального мінімуму X^{1*} . Далі продовжуємо ітераційну процедуру формування нових підсистем, розв'язуючи задачі $\min_{X \in W_t} h$, поки $I_1^{(\tau)} \neq I_2^{(\tau)}$.

Перехід до кращого локального мінімуму. Ключова ідея методу переходу до найкращого локального мінімуму полягає у наступному. Для пакування об'єктів, що відповідають поточному локальному мінімуму, визначено дві групи об'єктів: 1) об'єкти, «навколо» яких є невикористаний простір, тобто замість цих об'єктів можуть бути встановлені об'єкти більшого об'єму; 2) об'єкти, поблизу яких утворилося щільне заповнення зони розміщення, тобто замість цих об'єктів можуть бути встановлені об'єкти меншого об'єму.

Щоб ідентифікувати такі об'єкти, будемо вважати, що об'єкти S_i допускають гомотетичні перетворення зі змінними коефіцієнтами гомотетії g_i , $i \in I$. Об'єкти S_i з векторами руху v_i і коефіцієнти гомотетії g_i позначають $S_i(v_i, g_i), i \in I$.

Обчислимо V_i – об'єми геометричних об'єктів $S_i(v_i, g_i), i \in I$, і сформулюємо допоміжну задачу нелінійного програмування

$$\min_{v,u_p,g,h} h \tag{9}$$

за умови

$$\begin{aligned} \Phi'_{ij}(v_i, v_j, u_{ij}, g_i, g_j) - 0.5d &\geq 0, i < j \in I, \\ \Phi_i(v_i, h, g_i) &\geq 0, g_i \geq 0, i \in I, \\ \sum_{i=1}^n V_i g_i - \sum_{i=1}^n V_i &\geq 0, i \in I, \\ g &= (g_i, i \in I). \end{aligned} \tag{10}$$

Нехай X^* точка локального мінімуму задачі (1)–(2). Формуємо точку $Y^* = (X^*, g^*)$, $g^* = (g_i^* = 1, i \in I)$. Обчислимо вектор Y^0 спуску в точці Y^* для задачі (9)–(10), використовуючи модифікацію метода можливих напрямків [13], та будуємо точку $Y^{(k)} = Y^* + 0.5^{(k)} Y^0, k \in \{0, 1, 2, \dots\}$.

Нехай $V_i(g_i^{(k)}) > V_i(1), i \in J_1 \subset I$, та $V_i(g_i^{(k)}) < V_i(1), i \in J_2 \subset I$. Це означає, що навколо геометричних об'єктів S_i , для якого $i \in J_1$, є «запас» вільного місця. Якщо $i \in J_2$, то розміри відповідних геометричних об'єктів зменшуються, і навколо них не залишається вільного простору.

Щоб знайти стартову точку для задачі (1)–(2), розв'язуємо задачу

$$\max_{v,u,g} \sum_{i=1}^n g_i \tag{11}$$

за умови

$$\begin{aligned} \Phi'_{ij}(v_i, v_j, u_{p_{ij}}, g_i, g_j) - 0.5d &\geq 0, i < j \in I, \\ \Phi_i(v_i, h, g_i) &\geq 0, i \in I, \\ g &= (g_i, i \in I), 0 \leq g_i \leq 1, i \in I. \end{aligned} \tag{12}$$

Для розв'язання задачі (11)–(12) будується множина «перспективних» стартових точок. Для цього, виходячи з отриманої точки локального екстремуму, об'єкти $S_i(v_i, g_i), i \in J_1$, переставляються з об'єктами $S_i(v_i, g_i), i \in J_2$. Перестановка об'єктів дозволяє отримати точки, які не потрапляють у «зону притягання» локального мінімуму X^* задачі (1)–(2).

Якщо результатом розв'язання задачі (11)–(12) є точка (X^{*p}, g^*) , $g^* = (g_i^* = 1, i \in I)$, тоді точка X^{*p} береться як стартова точка для пошуку нового локального мінімуму задачі (1)–(2). Якщо ж із серії побудованих «перспективних» точок не вдалося отримати об'єкти початкових розмірів, то як наближення розв'язку задачі беремо найкращий знайдений локальний мінімум.

Чисельні експерименти. Для оцінки ефективності запропонованого підходу розроблено програмне забезпечення, яке реалізує запропонований у роботі підхід. Застосовано комп'ютер на базі процесора Intel(R) Core(TM) i5-10400 з оперативною пам'яттю 16 Gb та технологію паралельних обчислень [15]. Для пошуку локальних екстремумів задач нелінійного програмування в розробленому програмному забезпеченні використовувалася бібліотека IPort [16], яка реалізує метод внутрішньої точки другого порядку.

Розв'язано три приклади задачі пакування промислових деталей, показаних на рис. 4.



РИС. 4. Промислові деталі, що необхідно виробити

Задані промислові деталі було апроксимовано об'єктами із сім'ї \mathfrak{R} . Таким чином множину $S_i, i \in I$, описано так: у прикладі 1 – 15 сферичних сегментів, 10 циліндрів, 18 усічених конусів, 12 сферичних циліндрів та 5 складених сферичних конусів; у прикладі 2 – 120 сферичних сегментів; у прикладі 3 – 60 складених сферичних конусів.

Розміщення об'єктів із сім'ї \mathfrak{R} з урахуванням допустимих відстаней, що відповідає локальним мінімумам задачі (1)–(2) для прикладів 1–3, показано на рис. 5.

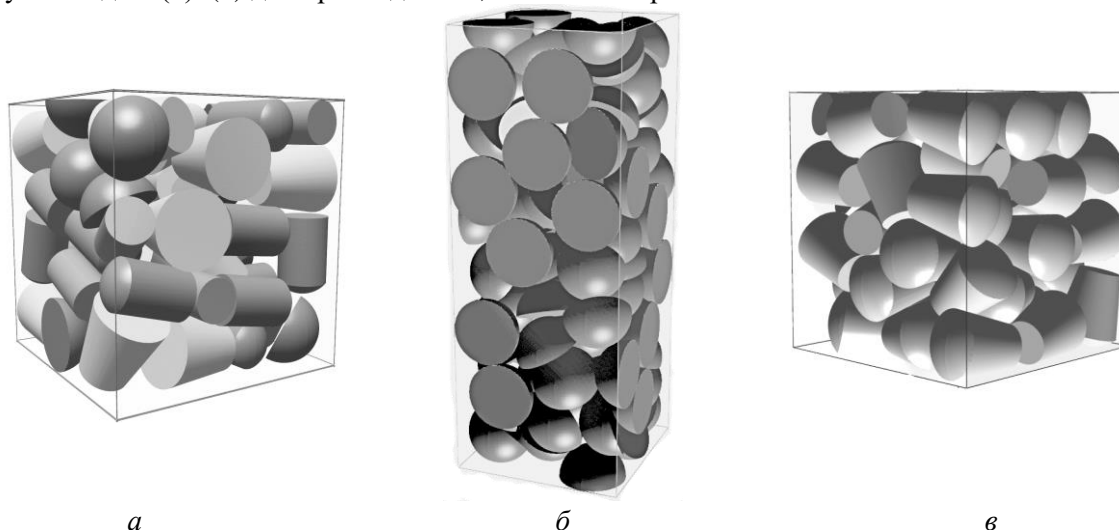


РИС. 5. Локально-оптимальне розміщення об'єктів із сім'ї \mathfrak{R} : а – приклад 1, б – приклад 2, в – приклад 3

Висновки. В роботі привертається увага на важливість оптимізації процесів у 3D-друку, що може призвести до підвищення ефективності та зниження витрат АВ. Мета цього дослідження – розробка підходу до оптимізації пакування деталей у робочій камері 3D принтера з урахуванням виробничих обмежень.

Для аналітичного опису форми промислових виробів у роботі використано універсальний тривимірний об'єкт складений сферичний конус, що дозволило апроксимувати різні просторові форми промислових деталей.

Математична модель, запропонована в роботі, дозволила сформулювати поставлену задачу пакування у вигляді задачі нелінійного програмування, що дало можливість використання на всіх етапах розв'язання задачі сучасні оптимізаційні методи.

Наведено чисельні результати, які підтверджують ефективність запропонованого підходу. Загалом, робота підкреслює необхідність досліджень та інновацій у сфері 3D-друку та його оптимі-

зації, а також демонструє потенціал застосування математичних моделей для вирішення практичних завдань у виробничому середовищі.

Подяка. Робота підтримано Національним науково-дослідним фондом України (#02.2020/167), British Academy (grant #100072) та Volkswagen Foundation (grant #97775).

Список літератури

1. Srivastava M., Rathee S. Additive manufacturing: recent trends, applications and future outlooks. *Prog Addit, Manuf* 2022. 7. P. 261–287. <https://doi.org/10.1007/s40964-021-00229-8>
2. Ehlers T., Meyer I., Oel M., Bode B., Gembarski P.C., Lachmayer R. Effect-Engineering by Additive Manufacturing. In: Lachmayer, R., Bode, B., Kaieler, S. (eds) Innovative Product Development by Additive Manufacturing 2021. Springer, Cham. 2023. https://doi.org/10.1007/978-3-031-05918-6_1
3. Kaikai X., Yadong G., Qiang Z. Comparison of traditional processing and additive manufacturing technologies in various performance aspects: a review. *Archiv.Civ.Mech.Eng.* 2023. 23. P. 188. <https://doi.org/10.1007/s43452-023-00699-3>
4. Kadir A.Z.A., Yusof Y., Wahab M.S. Additive manufacturing cost estimation models – a classification review. *Int J Adv Manuf Technol.* 2020. 107. P. 4033–4053. <https://doi.org/10.1007/s00170-020-05262-5>.
5. Yadav D., Chhabra D., Kumar Garg R., Ahlawat A., Phogat A. Optimization of FDM 3D printing process parameters for multi-material using artificial neural network. *Materials Today: Proceedings.* 2020. 21 (3). P. 1583–1591. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.11.225>.
6. Wibawa T., Mastroiswadi H., Ismianti I. 3D Print Parameter Optimization: A Literature Review. LPPM UPN "Veteran" Yogyakarta Conference Series Proceeding on Engineering and Science Series 2020. 1 (1). P. 146–151. <https://doi.org/10.31098/ess.v1i1.105>
7. Araújo L.J.P., Özcan E., Atkin J.A.D., Baumersumers M. Analysis of irregular three-dimensional packing problems in additive manufacturing: a new taxonomy and dataset. *International of Production Research.* 2019. 57 (18), P. 5920–5934. <https://doi.org/10.1080/00207543.2018.1534016>
8. Leao A., Toledo F., Oliveira J., Carravilla M., et al. Irregular packing problems: a review of mathematical models. *Eur. J. Oper. Res.* 2020. 282 (3). P. 803–822. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.04.045>
9. Zhao J. Meso-model Optimization of Composite Propellant Based on Hybrid Genetic Algorithm and Mass Spring System. *Journal of Physics: Conference Series* 202. 2025 (1). P. 012036. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2025/1/012036>
10. Yuan Y., Tole K., Ni, F., He K., Xiong Z., Liu J. Adaptive simulated annealing with greedy search for the circle bin packing problem. *Computers & Operations Research.* 2022. 144. P. 105826. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2022.105826>
11. Li S., Wei Y., Zhu H., Yu Z. New Fast Ant Colony Optimization Algorithm: The Saltatory Evolution Ant Colony Optimization Algorithm. *Mathematics.* 2022. 10 (6). P. 925. <https://doi.org/10.3390/math10060925>
12. Blum C., Blesa M.J. Probabilistic Beam Search for the Longest Common Subsequence Problem. In: Stützle, T., Birattari, M., H. Hoos, H. (eds) Engineering Stochastic Local Search Algorithms. Designing, Implementing and Analyzing Effective Heuristics. SLS 2007. *Lecture Notes in Computer Science.* 2007. Vol. 4638. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74446-7_11
13. Stoyan Y., Romanova T., Pankratov A., Chugay A. [Optimized object packings using quasi-phi-functions](https://doi.org/10.1007/978-3-319-18899-7_13/). *Optimized packings with applications.* 2015. P. 265–293. http://doi.org/10.1007/978-3-319-18899-7_13/
14. Kubach T., Bortfeldt A., Tilli T., Gehring H. Greedy algorithms for packing unequal spheres into a cuboidal strip or a cuboid. *Asia-Pacific Journal of Operational Research.* 2011. 28(06), P. 739–753. <https://doi.org/10.1142/S0217595911003326>.
15. Romanova T., Stetsyuk P., Chugay A.M. et al. Parallel Computing Technologies for Solving Optimization Problems of Geometric Design. *Cybern Syst Anal.* 2019. 55. P. 894–904. <https://doi.org/10.1007/s10559-019-00199-4>
16. Wachter A., Biegler L.T. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Math. Program.* 2006. 106 (1). P. 25–57. <https://doi.org/10.1007/s10107-004-0559-y>

Одержано 01.09.2023

Чугай Андрій Михайлович,

доктор технічних наук, старший науковий співробітник,
провідний науковий співробітник Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України,
<https://orcid.org/0000-0002-4079-5632>
chugay.andrey80@gmail.com

Романова Тетяна Євгенівна,

доктор технічних наук, професор,
в.о. завідувачки відділом Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України,
<https://orcid.org/0000-0002-8618-4917>
tarom27@yahoo.com

Яськов Георгій Миколайович,

доктор технічних наук, старший науковий співробітник,
старший науковий співробітник Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України,
<https://orcid.org/0000-0002-1476-1818>
yaskov@ukr.net

Гіль Микола Іванович,

доктор технічних наук, старший науковий співробітник,
провідний науковий співробітник Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України,
<https://orcid.org/0000-0003-0381-0925>
ep109@ukr.net

Шеховцов Сергій Борисович,

кандидат технічних наук, доцент, доцент Харківського національного університету радіоелектроніки.
<https://orcid.org/0000-0003-2381-7999>
serhii.shekhovtsov@nure.ua

УДК 519.85

А.М. Чугай^{1,2}, Т.Є. Романова^{1,3*}, Г.М. Яськов¹, М.І. Гіль¹, С.Б. Шеховцов¹

Оптимізація пакування тривимірних об'єктів обмежених сферичними та конічними поверхнями

¹ Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків

² Харківський національний економічний університет ім. Семена Кузнеця

³ Харківський національний університет радіоелектроніки

* Листування: Тетяна Романова, tarom27@yahoo.com

Вступ. Оптимізація пакування довільних геометричних об'єктів у адитивному виробництві відкриває нові можливості для підвищення ефективності адитивного виробництва деталей складної конфігурації завдяки економії енергетичних, матеріальних та часових ресурсів. На сьогоднішній день адитивне виробництво широко використовують у таких галузях як космічна інженерія, медицина, машинобудування, енергетика. Через це актуальним питанням є оптимізація технологічного процесу 3D-друку.

Мета роботи. Стаття присвячена розробці підходу, який забезпечує ефективне розміщення складених деталей у робочій зоні 3D принтера з урахуванням їх складної геометрії та обмежень, що обумовлені стандартами технології 3D-друку.

Результати. Для аналітичного опису форми складних промислових виробів у роботі використовується "складений сферичний конус", який породжує сім'ю таких об'єктів, як сферичні циліндри, сферичні конуси, усічені конуси, кулі, циліндри, сферичні диски. Використовуючи нормалізовану квазі- ρ -функцію двох складених сферичних конусів, побудовано математичну модель задачі у вигляді задачі нелінійного програмування. Це надало можливість використовувати сучасні методи оптимізації на всіх етапах розв'язання задачі. Запропоновано алгоритм генерації допустимих стартових точок, метод пошуку локальних екстремумів та їх перебору. Наведено числові приклади пакування різних промислових

виробів у камері 3D принтера. 3D-деталі апроксимуються складеними сферичними конусами з різними метричними характеристиками.

Висновки. Проведене числове моделювання підтверджує ефективність запропонованого підходу. В цілому, робота підкреслює важливість подальших досліджень та інновацій у сфері 3D-друку та його оптимізації, а також демонструє потенціал використання математичних моделей для розв'язання практичних задач, що виникають у виробничому процесі.

Ключові слова: пакування, складений сферичний конус, математичне моделювання, оптимізація, адитивне виробництво.

MSC 90B85

Andrii Chuhai^{1,2}, Tetyana Romanova^{1,3*}, Georgiy Yaskov¹, Mykola Gil¹, Sergiy Shekhotsov¹

Optimized Packing of 3D Objects Bounded by Spherical and Conical Surfaces

¹ *Anatolii Pidhornyi Institute of Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv*

² *Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Kharkiv*

³ *Kharkiv National University of Radioelectronics, Kharkiv*

* *Correspondence: tarom27@yahoo.com*

Introduction. Optimizing the packing of arbitrary geometric objects in additive manufacturing opens up new possibilities for increasing the efficiency of additive manufacturing of parts of a complex configuration due to the saving of energy, material and time resources. Additive manufacturing, a cornerstone in fields such as space engineering, medicine, mechanical engineering, and energy, has its efficiency hinging on the optimization of the 3D printing process. Given its widespread application, refining this process is of utmost importance.

The purpose of the paper. The paper aims to develop an approach for packing assembled parts of complex geometry in the working area of a 3D printer, while adhering to the standards of 3D printing.

Results. For the analytical description of the complex shaped industrial products, a so called, “composed spherical cone” is used. This generates a family of such objects as spheres, cylinders, spherical cylinders, cones, truncated cones and spherical discs. Using the normalized quasi-phi-function of composed spherical cones, a mathematical model of the problem is presented in the form of a nonlinear programming problem. A solution strategy is developed, encompassing three primary stages: generation of feasible starting points, search of local minima and search of a better local minimum. Numerical examples of packing various industrial products in a 3D printer chamber is provided. 3D-parts are approximated by composed spherical cones with different metric parameters.

Conclusions. The conducted numerical simulation confirms the effectiveness of the proposed optimization approach. This study emphasizes the importance of further research and innovation in the field of 3D printing and its optimization, and also demonstrates the potential of using mathematical models to solve practical problems in a production environment.

Keywords: packing, assembled spherical cone, mathematical modeling, optimization, additive manufacturing.