КІБЕРНЕТИКА
та КОМП'ЮТЕРНІ
ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 519.85 DOI:10.34229/2707-451X.23.4.4

Т.Є. РОМАНОВА, А.М. ЧУГАЙ, О.В. ПАНКРАТОВ, Г.М. ЯСЬКОВ, Ю.Є. СТОЯН

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАКУВАННЯ НЕРЕГУЛЯРНИХ ТРИВИМІРНИХ ОБ'ЄКТІВ

В роботі розглядається задача оптимізації пакування тривимірних об'єктів, що мають складну конфігурацію. Мета дослідження – максимізація заповнення контейнера максимальною кількістю об'єктів за умови пропорційності. Побудовано математичну модель у вигляді задачі MINLP та запропоновано стратегію розв'язання задачі залежно від особливостей форми об'єктів. Наведено числовий приклад розробки плану 3D-друку промислових деталей, що враховує нерегулярну форму об'єктів та їх комплектність.

Ключові слова: *пакування, нерегулярні об'єкти, умова пропорційності, математичне моделювання, оптимізація, 3D-друк.*

Вступ. Разом з великими зрушеннями у напрямку автоматизації, роботизації та розвитку промислових процесів, задача оптимального розміщення нерегулярних об'єктів стає невід'ємною складовою частиною стратегічного розвитку в сферах виробництва, логістики, транспортування та науки [1–4].

У реальних умовах виробництва, де простір та ресурси є обмеженими, ефективне управління простором та розміщення об'єктів стає вирішальним для досягнення максимальної продуктивності та ефективності виробничих процесів. Наприклад, у галузі промислового виробництва та конструкторської діяльності, вирішення проблеми оптимізації розміщення складних деталей у межах пристроїв та механізмів може суттєво вплинути на їх функціональність та продуктивність. У сфері логістики та транспортування, правильне розміщення вантажів у контейнерах чи транспортних засобах може забезпечити мінімізацію витрат та максимізацію використання корисного об'єму. Проте, вирішення проблеми оптимального розміщення нерегулярних об'єктів є складним завданням через їх складну геометрію та технологічні умови. Це вимагає розробки нових моделей методів та алгоритмів, які враховують геометричні обмеження. Розробка ефективних підходів для розв'язання цих складних геометричних задач – це важливий етап для забезпечення ефективності та конкурентоспроможності в сучасному технологічному середовищі у таких галузях, як аерокосмічна промисловість, автомобільне виробництво, комп'ютерне моделювання та біомедична інженерія.

Для ефективного розв'язання проблеми важливо не тільки розуміти проблему, але й проаналізувати, які методи виявилися ефективними для розв'язання подібних проблем.

Однією з важливих та складних проблем пакування нерегулярних 3D-об'єктів є формалізація обмежень взаємного неперетину об'єктів, що обумовлено їх складною геометричною конфігурацією. На даний час запропоновано декілька підходів до вирішення цієї проблеми [2–5], але все ще важко розвинути ці підходи на розміщення великої кількості об’єктів. У статті [6] подано огляд методів, що стосуються задач пакування геометричних об’єктів. Обговорюються різні математичні підходи, з наголосом на задачах, пов’язаних з об’єктами нерегулярної форми. На даний час можна виділити три основні методології до вирішення задачі пакування нерегулярних 3D-об’єктів.

Воксельні методи. В роботах [2, 7] автори запропонували методи воксельної декомпозиції для 3D-друку. Автори статті [2] запропонували технологію вокселів NFV як тривимірну аналогію NFP (NoFit Polygon). NFV обчислюються в просторовій області шляхом ковзання одного об’єкта по всіх розміщених вокселів і перевірки будь-яких вокселів, що перекриваються. Автори використовували обмежувальні рамки, щоб прискорити виявлення позицій, що не перекриваються.

Точні математичні моделі. В роботі [6] наведено огляд математичних моделей для задач пакування. Оптимізацію пакування нерегулярних 3D-об’єктів можна моделювати як задачу нелінійної оптимізації [5, 8]. Неперетин об’єктів може бути описано в аналітичному вигляді за допомогою phi-функцій [8].

Змішані підходи. Автори дослідження [4] запропонували змішаний евристичний алгоритм для пакування нерегулярних 3D-об’єктів, який поєднує неперервну та комбінаторну оптимізацію.

В даному дослідженні ми зосереджуємось на задачі пакування максимальної кількісті з урахуванням заданого нерегулярних 3D-об’єктів за умови пропорційності, що мотивована застосуванням у 3D-друку.

Постановка задачі. Нехай задано множину тривимірних довільних нерегулярних об’єктів O_i, $i \in I_N = \{1, 2, ..., N\}$, що включає об’єкт O_i^t заданого числа типів $t \in I_T = \{1, 2, ..., T\}$, $N = \sum_{t=1}^{T} N_t$. Тобто для комплекту об’єктів O_i, $i \in I_N$, задана частка $\rho_t = N_t / N$ кожного типу, $\sum_{t=1}^{T} \rho_t = 1$. Кожен об’єкт O_i^t з певною точністю може бути аппроксимований неопуклим багатогранником P_i^t, $i \in I_N$, що може бути представлений об’єднанням опуклих багатогрнників $P_i^t = \bigcup_{j=1}^{m_i} P_{ij}^t$ (рис. 1).

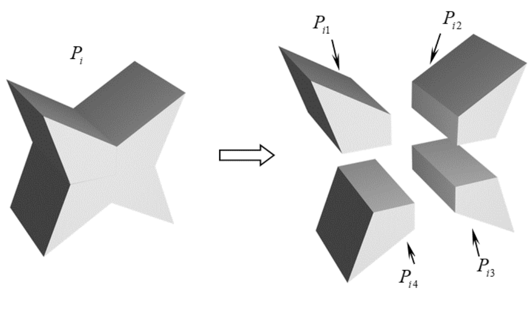

РИС. 1. Представлення неопуклого багатогранника

Розміщення багатогранного об’єкта P_i^t, $i \in I_N$, в R^3 визначається вектором трасляції $v_i = (x_i, y_i, z_i)$ і кутами повороту $\theta_i = (\theta_i^1, \theta_i^2, \theta_i^3)$. Таким чином, вектор руху $u_i = (u_i, \theta_i)$ визначає розміщення багатогранного об'єкта P_i^t, $i \in I_N$, у просторі R^3. Надалі багатогранний об'єкт P_i^t, трасльований на вектор v_i і повернутий на кути θ_i позначимо як $P_i^t(u_i)$, $i \in I_N$.

Також задано контейнер у вигляді кубоїду $\Omega = \{X \in R^3 : 0 \le x \le a, 0 \le y \le b, 0 \le z \le c\}$.

Вектор змінних задачі $u = (u_1, u_2, ..., u_N) \in R^{6N}$ визначає відповідне розміщення багатогранних об'єктів P_i^t, $i = I_N = \{1, 2, ..., N\}$, $N = \sum_{t=1}^{T} N_t$, $N_t = \rho_t N$.

Задача пакування. Знайти максимальне число $n \le N$ багатогранних об'єктів $P_i^t(u_i)$, $i \in I_n$, які можуть бути упаковані у заданному контейнері Ω за умов неперетину та пропорційністі (комплектності).

Математична модель задачі має такий вигляд:

$$\max_u \sum_{i=1}^{N} \mu_i \quad \text{за умови } u \in \Lambda, \tag{1}$$

де множина допустимих розв'язків Λ описується системою нерівностей

$$\mu_i f_i(u_i) \ge 0, \; i = 1, \dots, N, \tag{2}$$

$$\mu_i \mu_j g_{ij}(u_i, u_j) \ge 0, \; 1 \le i < j \le N, \tag{3}$$

$$\sum_{i \in I_t} \mu_i = p^t \sum_{i=1}^{N} \mu_i, \; t = 1, \dots, T, \tag{4}$$

$$\mu = (\mu_i, i = 1, \dots, n), \; i = 1, \dots, N, \tag{5}$$

$$\mu_i \in \{0, 1\}, \; i = 1, \dots, N, \tag{6}$$

$$I_1 = \{1, \dots, N_1\}, \; I_2 = \{N_1 + 1, \dots, N_1 + N_2\}, \dots, \; I_T = \{N - N_T + 1, \dots, N\}, \tag{7}$$

$$I_N = I_1 \cup I_2 \cup \dots \cup I_T, \quad N = \sum_{t=1}^{T} N_t.$$

У моделі (1)–(4) нерівність (2) відповідає за умову включення, нерівність (3) описує умову неперетину, а система нерівностей (4) забезпечує умову пропорційності. Функції $f_i(u_i)$ визначаються у вигляді phi-функцій [9] та $g_{ij}(u_i, u_j)$ у вигляді квазі- phi-функцій [10] залежно від форм об'єктів.

Основні властивості задачі (1)–(7) – такі:

- модель це змішана цілочисельна нелінійна задача математичного програмування (MINLP – Mixed-Integer NonLinear Programming);
- цільова функція (1) – лінійна;
- кількість змінних становить $3N$ (N булевих та $6N + N(N-1)/2$ неперервних змінних);
- область допустимих розв'язків включає $N + N(N-1)$ нелінійних нерівностей у обмеженнях (2), (3) та t лінійних нерівностей в обмеженнях (4).

Оскільки задача (1)–(7) є задачею негладкої оптимізації великої розмірності, запропоновано евристичний підхід, який дає змогу знайти прийнятні розв'язки.

Стратегія розв'язання

Для розв'язання задачі (1)–(7) пропонується стратегія, що складається з таких етапів:

- оцінка величини n, що забезпечує гарантоване розміщення комплекту багатогранних об'єктів $P_i^t(u_i)$, $i \in I_n$, у Ω (виконується за сумою об'ємів опуклих оболонок $P_i^t(u_i)$, $i \in I_n$, одного комплекту об'єктів);
- збільшення значення n на величину, що відповідає одному комплекту деталей;
- генерація множин випадкових послідовностей багатогранних об'єктів $P_i^t(u_i)$, $i \in I_n$, у контейнері Ω, з використанням підходу, запропонованого у [11];
- побудова множини допустимих стартових точок, що відповідають згенерованим послідовностям;
- пошук локально оптимальних розв'язків задачі для отриманої множини допустимих стартових точок з використанням алгоритму декомпозиції, що запропоновано в роботі [5];
- перевірка умови пропорційності;
- перехід до етапу 2, якщо умову пропорційності виконано, інакше зупиняємо алгоритм.

Побудова допустимих розміщень. Для побудови стартових точок з області допустимих розв'язків Λ використовується модифікація жадібного алгоритму [12], що використовує представлення області та об'єктів набором елементарних кубоїдів та враховує умову на пропорційність (комплектність об'єктів).

Попередньою кожен тип багатогранних об'єктів P^t, $t \in I_T$, апроксимуються (покриваються) із заданою точністю елементарними багатогранниками $\tilde{P}^t$, $t \in I_T$, що є об'єднанням елементарних кубоїдів, грані яких паралельні площинам власних систем координат апроксимованих об'єктів, а розміри уздовж координатних осей кратні кроку апроксимації h_x, h_y, h_z, відповідно (рис. 2). Елементарний кубоїд $\mathbf{h}^{ij} \in R^3$ може бути визначений кортежем цілих чисел $(\alpha^{ij}, \beta^{ij}, i, j)$, $\mathbf{h}^{ij} = \{(x,y,z) \in R^3 : \alpha^{ij} h_x \le x \le \beta^{ij} h_x, ih_y \le y \le (i+1)h_y, h_z \le z \le (j+1)h_z\}$.

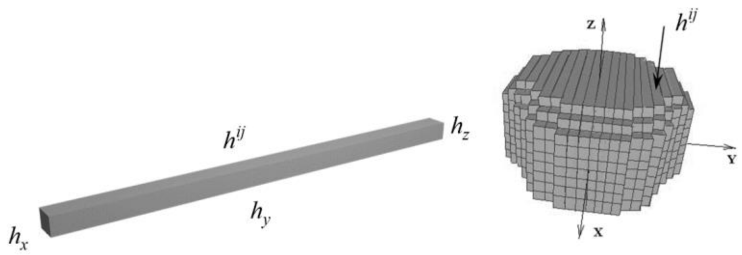

РИС. 2. Елементарний кубоїд $\mathbf{h}^{ij}$

Для того, щоб побудувати багатогранний об'єкт $\tilde{P}^t$ для P^t, $t \in I_T$, визначаються мінімальні елементарні кубоїди $\mathbf{h}_k^{ij} \supset P^t \cap \Gamma^{ij}$, де $\Gamma^{ij} = \{(x,y,z) \in R^3 : ih_y \le y \le (i+1)h_y, jh_z \le z \le (j+1)h_z\}$.

Тоді, $\tilde{P}^t = \bigcup_{i=0}^{i_{\max}} \bigcup_{j=0}^{j_{\max}} \mathbf{h}_k^{ij} \leftrightarrow \{(\alpha_k^{ij}, \beta_k^{ij}), i = 0,1,\ldots,i_{\max}, j = 0,1,\ldots,j_{\max}\}$ – мінімальне покриття об'єкта P^t елементарними кубоїдами (рис. 3), $P^t \subset \tilde{P}^t$, $t \in I_T$.

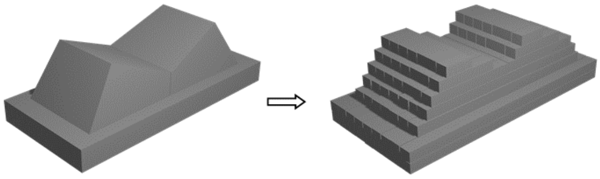

РИС. 3. Представлення об’єктів набором елементарних кубоїдів

Подібні покриття виконуються для встановленої множини I_q дискретних поворотів багатогранного об’єкта P^t, $t \in I_T$, вздовж кожної координатної осі. Множина I_q будується в залежності від форми P^t, $t \in I_T$.

Таким чином, для кожного типу багатогранного об’єкта $P^t \subset \tilde{P}^t$, $t \in I_T$ отримаємо множину багатогранних об’єктів $\tilde{P}^{tl}$, $t \in I_T$, $l \in I_q$.

Для побудови стартових точок $u \in \Lambda$ усі багатогранні об’єкти P^t, $t \in I_T$, мають розміщуватися послідовно один за одним відповідно до деякої їх послідовності $P_1^t, P_2^t, ..., P_n^t$.

Для того щоб розмістити об’єкт P_1^t у контейнері Ω, використовуються багатогранники $\tilde{P}_1^{tl}, l \in I_q$, та область $\tilde{\Omega}$ для отримання найнижчого лівого переднього розміщення для $\tilde{P}_1^{tl}, l \in I_q$, в $\tilde{\Omega}$. Цьому розміщенню відповідають параметри розміщення $u_1^0 = (x_1^0, y_1^0, z_1^0)$. Для розміщення багатогранного об’єкта P_2^t у контейнері Ω з урахуванням умови неперетину з вже розміщеним багатогранником P_1^t будується множина $\tilde{\Omega} \setminus \operatorname{int} \tilde{P}_1^{tl}$, в якій виконується пошук найнижчого лівого переднього розміщення багатогранного об’єкта $\tilde{P}_2^{tl}, l \in I_q$. У відповідності до описаного алгоритму розміщуються послідовно усі багатогранники P_i^*, $i = 3, 4, ..., n$.

Числовий приклад. Для оцінки ефективності запропонованого підходу розроблено програмне забезпечення, яке реалізує запропонований у роботі підхід.

Розв’язано прикладну задачу оптимізації технології 3D-друку [13]. Задача полягала в розробці карти друку комплекту промислових деталей з максимальним заповненням робочої камери 3D-принтера.

Постановка задачі. Оптимізувати витрати на виготовлення комплекту із двох типів деталей (рис. 4), забезпечивши щільне заповнення камери 3D-принтера максимальною кількістю деталей у заданих частках: $\rho^1 = 0.5$ та $\rho^2 = 0.5$.

а *б*

РИС. 4. Промислові вироби, які необхідно надрукувати: *а* – деталь типу O^1; *б* – деталь типу O^2

Для розв’язання задачі деталь першого типу O^1 аппроксимовано неопуклим багатогранником $P^1 = \bigcup_{j=1}^{3} P_j^1$ (рис. 5).

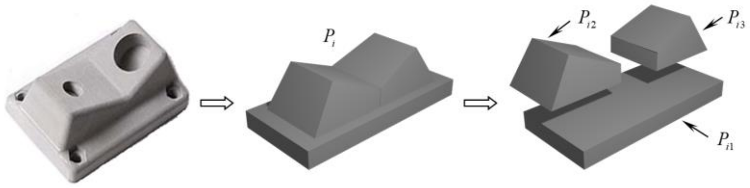

РИС. 5. Аппроксимація деталі першого типу набором опуклих багатограників

Деталь другого типу O^2 аппроксимовано неопуклим багатогранником $P^2 = \bigcup_{j=1}^{2} P_j^2$ (рис. 6).

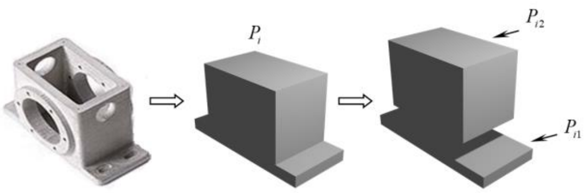

РИС. 6. Промислові деталі, що необхідно виробити

При побудові множин $\tilde{P}^{tl}$, $t \in I_T$, $l \in I_q$ використовувалась множина поворотів $I_q = ((90,180,270,360)_{OX}, (90,180,270,360)_{OY}, (90,180,270,360)_{OZ})$, де $90,180,270,360$ дискретні кути повороту уздовж відповідних осей OX, OY, OZ.

Оскільки при пошуку допустимих початкових точок використовувались ортогональні повороти, то отримані початкові розміщення приймались як наближення до локально-оптимального розв’язку задачі. Застосування методів нелінійної оптимізації для даного прикладу є не доцільним.

Для того щоб знайти гарне наближення розв’язку задачі було застосовано стратегію багаторазового запуску процедури побудови допустимих розміщень. Для отримання розв’язку задачі було згенеровано 10 стартових точок. Результат розміщення деталей у камері 3D-принтера показано на рис. 7.

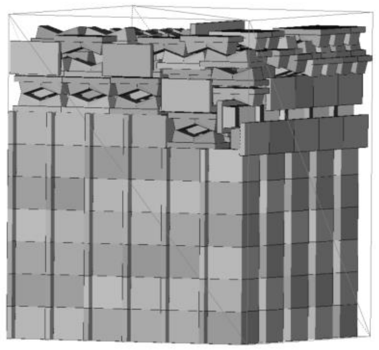

РИС. 7. Результат розміщення комплекту деталей типу P^1 та P^2

В отриманому розв’язку отримано такі значення комплекту деталей. Контейнер має розміри $a \times b \times c = 50 \times 50 \times 60$, $T = 2$, $\rho_t = 0.5$, $t = 1,2$. Дані про об'єкти можна знайти за посиланням data.docx. Розміщено $n = 400$, $n_1 = 200$, $n_2 = 200$. Час розв’язання задачі склав 701 сек. Застосовано комп’ютер AMD Ryzen 5 3500U with Radeon Vega, Mobile Gfx 2.10 GHz, 8,00 ГБ, Windows 10.

Висновки. У дослідженні показано, що оптимізація пакування нерегулярних об'єктів – це важлива задача, яка вимагає комплексного підходу для досягнення оптимальних результатів. Побудована нова математична модель дозволяє враховувати як геометричні особливості об'єктів, так і їх комплектність, що є ключовим фактором під час розв'язання задачі пакування тривимірних нерегулярних об’єктів. Результати підтверджують ефективність запропонованої стратегії пакування, яка базується на комплексному підході та ураховує геометричні особливості нерегулярних об'єктів.

Розроблена стратегія може бути корисною у багатьох сферах промисловості, як додатковий інструмент для вирішення проблем, пов'язаних з пакуванням нерегулярних об'єктів. Додаткові дослідження можуть бути спрямовані на вдосконалення методу, враховуючи більш широкий спектр варіантів пакування, а також на його практичну реалізацію у різних сферах наукових досліджень, промисловості та логістики.

Подяка. Робота підтримано Національним науково-дослідним фондом України (#02.2020/167) та British Academy (grant #100072) та Volkswagen Foundation (grant #97775).

Список літератури

1. Araújo L.J.P., Özcan E., Atkin J.A.D, Baumersumers M. Analysis of irregular three-dimentional packing problems in additive manufacturing: a new taxonomy and dataset. *International of Production Research*. 2019. **57** (18). P. 5920–5934. https://doi.org/10.1080/00207543.2018.1534016
2. Lamas-Fernandez C., Bennell J., Sykora A. Voxel Based Solution Approaches to the Three-Dimensional Irregular Packing Problem. *Operations Research*. 2022. **71** (4). https://doi.org/10.1287/opre.2022.2260
3. Liu X., Liu J., Cao A., Yao Z. HAPE3D – a new constructive algorithm for the 3D irregular packing problem. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*. 2015. **16** (5). P. 380–390. https://doi.org/10.1631/FITEE.1400421
4. Ma Y., Chen Z., Hu W., Wang W. Packing irregular objects in 3D space via hybrid optimization. *Comp. Graph. Forum (SGP)*. 2018. **37** (5). P. 49–59. https://doi.org/10.1111/cgf.13490
5. Romanova T., Bennell J., Stoyan Y., Pankratov A. Packing of concave polyhedra with continuous rotations using nonlinear optimisation. *European Journal of Operational Research*. 2018. **268** (1). P. 37–53. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.01.025
6. Leao A., Toledo F., Oliveira J., Carravilla M., et al. Irregular packing problems: a review of mathematical models. *Eur. J. Oper. Res*. 2020. **282** (3). P. 803–822. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.04.045
7. Cui Q., Rong V., Chen D., Matusik W. Dense, Interlocking-Free and Scalable Spectral Packing of Generic3D Objects. *ACM Trans.Graph*. 2023. **42** (4). P. 1–14. https://doi.org/10.1145/3592126
8. Stoyan Y., Romanova T., Pankratov A., Chugay A. Optimized object packings using quasi-phi-functions. *Optimized packings with applications*. 2015. P. 265–293. https://doi.org/10.1007/978-3-319-18899-7_13
9. Chernov N., Stoyan Y., Romanova T. Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem. *Comput. Geom.: Theory and Appl*. 2010. **43** (9). P. 535–553. https://doi.org/10.1016/j.comgeo.2009.12.003
10. Stoyan Yu., Pankratov A., Romanova T. Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses. *Journal of Global Optimization*. 2016. **65** (2). P. 283–307. https://doi.org/10.1007/s10898-015-0331-2
11. Grebennik I.V., Pankratov A.V., Chugay A.M., Baranov A.V. Packing n-dimensional parallelepipeds with the feasibility of changing their orthogonal orientation in an n-dimensional parallelepiped. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2010. **46**. P. 793–802. https://doi.org/10.1007/s10559-010-9260-8
12. Kubach T., Bortfeldt A., Tilli T., Gehring H. Greedy algorithms for packing unequal spheres into a cuboidal strip or a cuboid. *Asia-Pacific Journal of Operational Research.* 2011. **28** (06). P. 739–753. https://doi.org/10.1142/S0217595911003326
13. Vanek J., Galicia J.A.G., Benes B., Měch R., Carr N., Stava O., Miller G.S. Packmerger: A 3D print volume optimizer. In Computer Graphics Forum 2014, 33.Wiley Online Library. P. 322–332. https://doi.org/10.1111/cgf.12353

Одержано 06.11.2023

Романова Тетяна Євгеніївна,
доктор технічних наук, професор, в.о. завідувача відділом
Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків,
запрошений професор, Університету Лідса, Великобританія,
https://orcid.org/0000-0002-8618-4917
tarom27@yahoo.com

Чугай Андрій Михайлович,
доктор технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник
Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків,
https://orcid.org/0000-0002-4079-5632
chugay.andrey80@gmail.com

Панкратов Олександр Вікторович,
доктор технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник
Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків,
https://orcid.org/0000-0002-2958-8923
pankratov2001@yahoo.com

Яськов Георгій Миколайович,
доктор технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник
Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків,
https://orcid.org/0000-0002-1476-1818
yaskov@ukr.net

Стоян Юрій Євгенович,
кандидат технічних наук, провідний інженер
Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків.
https://orcid.org/0000-0002-9716-3193

УДК 519.85

Т.Є. Романова [1, 2 *], А.М. Чугай [1, 3], О.В. Панкратов [1], Г.М. Яськов [1], Ю.Є. Стоян [1]

Оптимізація пакування нерегулярних тривимірних об’єктів

[1] Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, Харків
[2] Університет Лідса, Велика Британія
[3] Харківський національний економічний університет ім. Семена Кузнеця
[*] Листування: tarom27@yahoo.com

Вступ. Задача оптимального розміщення нерегулярних об’єктів у сучасному світі набуває все більшої актуальності та важливості, оскільки ефективне управління простором та оптимальне розміщення об'єктів стають ключовими факторами для забезпечення ефективності та економії ресурсів у широкому спектрі діяльності. Разом з великими зрушеннями у напрямку автоматизації, роботизації та розвитку промислових процесів, задача оптимального розміщення нерегулярних об’єктів стає невід'ємною складовою частиною стратегічного розвитку в сферах виробництва та науки.

Мета роботи присвячена розробці математичної моделі та ефективного підходу для щільного заповнення контейнера максимальною кількістю комплектів нерегулярних тривимірних об’єктів.

Результати. Для досягнення поставленої мети у роботі розроблено математичну модель за допомогою методу phi-функцій та запропоновано стратегію розв’язання, яка враховує геометричну форму нерегулярних об’єктів та їх комплектність.

Для швидкого отримання допустимих рішень нерегулярні об’єкти з певною точністю апроксимуються неопуклими багатогранниками, що можуть бути представлені об’єднанням опуклих багатогранників. Це надало можливість використовувати сучасні методи оптимізації для пошуку локальних екстремумів. Запропонована модифікація методу генерації допустимих розміщень дозволяє отримати розв'язки наближені до локально-оптимальних. Наведено числовий приклад розробці карти друку комплекту промислових деталей з максимальним заповненням робочої камери 3D-принтера.

Висновки. Результати підтверджують ефективність запропонованої стратегії пакування, яка базується на комплексному підході, враховує геометричні особливості нерегулярних об'єктів та їх комплектність.

Ключові слова: пакування, нерегулярні об'єкти, умови пропорційності, математичне моделювання, оптимізація, 3D-друк.

MSC 90B85

Tetyana Romanova [1, 2 *], Andrii Chuhai [1, 3], Oleksandr Pankratov [1], Georgiy Yaskov [1], Yuriy Stoyan [1]

Optimization of Packing Irregular Three-Dimensional Objects

[1] *Anatolii Pidhornyi Institute of Mechanical Engineering Problems of the NAS of Ukraine, Kharkiv*
[2] *University of Leeds, UK*
[3] *Simon Kuznets Kharkiv National University of Economics, Ukraine*
[*] *Correspondence: tarom27@yahoo.com*

Introduction. Nowadays the irregular packing problem is becoming more important, since effective space management and optimal arrangement of objects are becoming key factors for ensuring efficiency and saving resources in a wide range of applications, e.g., additive manufacturing, space engineering, material sciences and logistics. It becomes an integral part of strategic development in the fields of production and science.

The purpose of the paper. The paper is devoted to construction of a mathematical model and development of an efficient technique for densely filling a container with the maximum number of sets of irregular three-dimensional objects.

Results. Irregular objects are approximated with a certain accuracy by non-convex polyhedra, which can be represented by the union of convex polytopes. Non-overlapping and containment constraints are described using quasi-phi-functions and phi-functions. A mathematical model of the packing problem is provided as a mixed-integer nonlinear programming considering given proportions of different types of objects. A solution strategy is proposed to search for local-optimal solutions. To find reasonable feasible packing, a fast algorithm based on a strip approximation of objects is used. A numerical example of the development of a print map of a set of industrial parts with maximum filling of the working chamber of a 3D-printer is given.

Conclusions. The results confirm the efficiency of the proposed packing strategy, which is based on an integrated approach that takes into account the geometric features of irregular objects and their completeness.

Keywords: packing, irregular objects, set of parts, mathematical modeling, optimization, 3D-printing.