

ПРО ЗАДАЧІ МАРШРУТИЗАЦІЇ БПЛА

Вступ. Безпілотні літальні апарати (БПЛА, Unmanned Aerial Vehicles – UAV) привертають значний інтерес у різних сферах, таких як логістика, оборона, пошук і рятування, сільське господарство, виробництво та екологічний моніторинг. Ефективне використання цих гнучких ресурсів вимагає розробки систем координації та моніторингу, які б забезпечували безпечний, безаварійний та ефективний за обраним критерієм маршрут для одного БПЛА чи їх групи. У літературі зустрічаються різні назви та аббревіатури задачі маршрутизації з використанням БПЛА, наприклад, UAV routing problem (UAVRP) [1] або з уточненням electric vehicle routing problem (EVRP) [2]; при використанні гібридних транспортних систем – задачі комівояжера з помічниками (FSTSP) [3–4], задачі маршрутизації з дронами (VRP with drones, VRPD) [5–8], задачі маршрутизації дрона разом з вантажівкою (VRP with truck, VRP-T) [9–10]. Такі задачі є продовженням і розвитком класичної VRP, маючи, в той же час, свою специфіку [11–12]. Актуальними питаннями є визначення сучасного стану задач маршрутизації БПЛА, систематизація й аналіз наявних досліджень у сфері маршрутизації БПЛА, зосереджуючись на існуючих проблемах у загальній системі маршрутизації транспортних засобів та особливостях зазначених задач маршрутизації.

Враховуючи важливість для практики, кількість публікацій, що присвячені проблемам використання БПЛА, з року в рік стрімко зростає. Серед цих публікацій можна виділити такі ключові напрямки.

1. Інтеграція безпілотників з наземними транспортними засобами. Особливістю планування багатьох місій з БПЛА стало використання гібридних транспортних систем, у яких БПЛА може перевозитися автомобілем чи іншим транспортним засобом, злітаючи і приземляючись у певних місцях на маршруті цього засобу. У роботах цього напрямку показано, як ефективно комбінувати використання безпілотників з традиційними вантажівками для оптимізації доставки "останньої милі" [13–20]. Синергія співпраці безпілотників та вантажівок дозволяє значно скоротити загальні витрати та час доставки і тим самим підвищити ефективність доставки товарів чи виконання інших місій [21–27].

Розглядаються задачі маршрутизації безпілотних літальних апаратів (БПЛА). Наведено класифікацію задач. Запропоновано низку математичних моделей оптимізаційних задач маршрутизації БПЛА за наявності однієї або декількох баз для поповнення польотного ресурсу з метою мінімізації сумарного часу виконання завдання при обмеженні заданої множини цілей.

Ключові слова: безпілотний літальний апарат, дрон, оптимізація маршрутів, польотний ресурс, обмеження об'єктів.

2. Енергоефективність і вибір швидкості безпілотників. Деякі дослідження концентруються на аналізі впливу швидкості польоту безпілотників на їх енергоспоживання та вартість експлуатації, пропонуючи стратегії вибору оптимальної швидкості для збалансування між швидкістю доставки та витратами [28–30].

3. Використання безпілотників для моніторингу об'єктів інфраструктури. Сюди відносяться роботи, присвячені моніторингу стану важкодоступних технічних об'єктів (наприклад, вітрогенераторів чи ліній енергопередач або газопроводів), технічного обслуговування, інвентаризації активів, картографуванню за допомогою безпілотників (збір даних та створення карт) [31–32] тощо. Так у [33] подано інноваційні підходи до використання безпілотників для швидкої оцінки пошкоджень після природних катастроф, оптимізуючи маршрутизацію для ефективного огляду пошкоджених ділянок.

4. Виробничі застосування. У сфері виробничих систем більшість досліджень фокусується на автоматизованих керованих транспортних засобах (AGV – Automated Guided Vehicle) [34], маршрутизації мобільних роботів [35–37] або повітряних роботах [38], які належать до класу БПЛА. Використання БПЛА є суттєвою альтернативою гелікоптерам та літакам, позаяк забезпечує значні економічні вигоди, оскільки експлуатаційні витрати, такі як години польоту, кількість палива та зарплати пілотів, істотно зменшуються. Значна частина переваг полягає в тому, що безпілотники можуть здійснювати більше польотів або облетів, що призводить до збільшення обсягу зібраної інформації.

5. Використання безпілотників у військовій справі. Військова стратегія визначає розвідку як ключовий елемент для успішного ведення операцій, де основним завданням є збір важливої та своєчасної інформації для обґрунтованого прийняття стратегічних рішень. Вона є невід'ємним компонентом для планування операцій, визначення позицій ворога та координації руху військових підрозділів. У військовому контексті, де БПЛА використовуються для ідентифікації потенційних цілей для ударів, їхня роль у ефективній розвідці є незамінною. Оптимізація маршрутизації БПЛА орієнтована на максимально ефективне покриття визначених цілей, мінімізуючи час та ресурси, необхідні для виконання місії [5, 39–40].

6. Маршрутизація і оптимізація. У низці статей розглядають розробку алгоритмів для оптимального планування маршрутів безпілотників, враховуючи обмеження на витривалість батареї, вантажопідйомність, а також заборонені для польоту зони [41–44]. В них використовуються різні математичні методи та алгоритми для досягнення цієї мети. Необхідно врахувати, що в умовах мирного часу та в контексті цивільного суспільства, оптимізація маршрутів безпілотних літальних апаратів стане ключовою для підтримки миру та стабільності. Важливо зосередитися на аспектах логістики та розвідки, які сприяють ефективній відповіді на надзвичайні ситуації та проведенню гуманітарних операцій.

Метою більшості задач маршрутизації БПЛА є мінімізація загальних (транспортних) витрат чи часу виконання місії БПЛА, а їхнім розв'язком – набір маршрутів, які починаються і закінчуються в депо та задовольняють обмеженню, що всі клієнти обслуговуються тільки один раз.

Задачі маршрутизації безпілотників за своєю суттю близькі до відомих задач маршрутизації транспортних засобів (Vehicle Routing Problem, VRP) [25, 29, 32].

У VRP у більшості випадків використовуються транспортні засоби з певними обмеженнями, такими як вантажопідйомність, наявність часових вікон прийому у користувачів, максимальна відстань, яку може пройти транспортний засіб, обмеження на кількість пунктів, які може відвідати кожен транспортний засіб тощо. Зазвичай, ці транспортні засоби можуть рухатись заздалегідь визначеними шляхами (дорогами), і задача полягає у визначенні порядку об'їзду пунктів транспортними засобами, що рухаються цими дорогами, з метою мінімізації загальної вартості (наприклад, вартості

палива або часу). У VRPD ж безпілотники здатні літати напряму між пунктами та депо, не обмежуючись традиційними дорогами або маршрутами, але мають обмежений часовий ресурс польоту та певні обмеження на вантажопідйомність. Водночас наявні певні аналогії із VRP з декількома пунктами базування (депо) – стаціонарними чи динамічними [10–12].

2. Огляд літератури та класифікація задач

Згідно аналізу наукових джерел задачі маршрутизації безпілотників можна класифікувати за:

1) кількістю безпілотників:

– одиночні безпілотні системи, у яких розглядається оптимізація маршруту для одного безпілотника;

– мультибезпілотні системи, де для виконання завдань використовується кілька безпілотників, що дозволяє збільшити ефективність доставки та охоплення території;

2) кількістю депо (пунктів зльоту-посадки, дозарядки):

– одне депо;

– декілька депо;

3) кількістю перезарядок:

– обмежена;

– необмежена;

4) наявністю додаткових умов:

– наявність безпольотних зон (no-fly zones), що викликає необхідність адаптації маршрутів з урахуванням заборонених зон;

– фіксовані/не фіксовані пункти зльоту/посадки;

– однаковий/різний пріоритет цілей;

– обмеження на вантажопідйомність;

– інтеграція безпілотників з іншими транспортними засобами, оптимізація спільної роботи безпілотників та наземних транспортних засобів для максимізації ефективності обслуговування;

– радіус обльоту навколо цілі для чіткого або наближеного обстеження досліджуваних цілей;

5) критерієм оцінювання розв'язків:

– мінімізація часу обстеження заданої множини цілей, яка полягає у такому плануванні маршрутів, щоб загальний час, необхідний для відвідування та обстеження всіх визначених цілей, був мінімальним;

– максимізація кількості цілей за встановлений час; цей критерій орієнтований на виконання максимальної кількості задач у рамках обмеженого часового вікна, що може бути важливим для місій з обмеженими часовими рамками, де потрібно максимізувати ефективність використання БПЛА;

– максимізація зваженої кількості цілей за встановлений час. Тут мова йде про максимізацію сумарного зваженого внеску цілей, де кожна ціль має певну вагу, яка вказує на її важливість або пріоритетність;

б) сталістю умов:

– у статичних задачах умови вважаються незмінними протягом усього процесу маршрутизації;

– у динамічних задачах умови можуть змінюватися під час проходження маршрутів, тому їх планування потребує корекції на основі актуальної інформації, яка надходить в реальному часі.

Врахування цих параметрів та обмежень призводить до складних задач оптимізації, для розв'язування яких необхідно розробляти спеціальні алгоритми.

Вищенаведена класифікація задач маршрутизації безпілотників є результатом аналізу джерел, частина яких зведена в таблиці.

ТАБЛИЦЯ. Джерела за класами задач

Параметри / обмеження / мета	Джерела	Методи	Опис
1	2	3	4
Наявність декількох депо	[12], [16–18], [20], [28–29], [32–33], [35–38], [41–42], [45–52]	Генетичний алгоритм, метод пошуку на основі ймовірнісних дорожніх карт для отримання Парето-оптимального розв'язку задачі. Оптимізація мурашиними колоніями	Аналіз впливу використання одного чи декількох депо на ефективність маршрутизації безпілотників з метою оптимізації логістичних операцій
Послідовність відвідування депо	[18–20], [33], [41], [47–48], [50], [53]	Алгоритми перебудови маршруту, змішане цілочислове лінійне програмування, табу-пошук	Розглядається стратегічне планування маршрутів з можливим поверненням безпілотників у депо для підзарядки або зміни завдання
Декілька станцій підзарядок (депо)	[29], [33], [48], [51], [53–55]	Лінійне програмування, зведення до задачі багатьох комівояжерів	Планування розміщення і кількості станцій підзарядки для підтримки безперервної роботи безпілотників на заданих територіях
Декілька безпілотників (мульти-безпілотні системи)	[12], [17], [20], [28–29], [32–33], [38], [41–43], [49], [52–53], [56–57]	Оптимізація мурашиними колоніями, задача багатьох комівояжерів	Оптимізація використання флоту безпілотників для максимізації покриття та ефективного виконання завдань, оптимізація маршрутів
Обмежена вантажопідйомність	[16], [18], [29], [33], [46–47], [49], [50–51], [55], [57–58]	Алгоритм адаптивної вставки, евристичні методи, генетичний алгоритм з великим пошуком по сусідству	Аналіз впливу вантажопідйомності на планування маршрутів і вибір завдань для безпілотників, враховуючи їх місткість
Фізичні обмеження безпілотника	[19], [33], [43], [48], [51], [59]	Оптимізація Ляпунова, гібридний генетичний алгоритм з великим пошуком по сусідству	Врахування фізичних характеристик безпілотників, таких як максимальна швидкість і радіус повороту, для реалізації більш точних і безпечних маршрутів
Врахування перешкод	[16], [19], [55]	Методи машинного навчання, генетичний алгоритм, покращений алгоритм рою частинок	Розробка маршрутів з урахуванням можливих перешкод на шляху безпілотників для забезпечення безпеки польотів
Обмеженість повітряного простору	[16–18], [20], [28–29], [32], [37], [46–48], [51], [54–55], [58]	Адаптивний пошук в околах, розгорнута модель забирання та доставки з часовими вікнами, метод гілок та меж, евристичні методи, гібридні методи, Q-навчання	Дослідження зосереджені на адаптації маршрутів БПЛА відповідно до обмеженості повітряного простору, що передбачає уникання певних зон (наприклад, зон з відсутнім або недостатнім рівнем GPS-сигналу) або розробку іншого шляху
Радіус обльоту навколо цілі	[20], [28], [33], [41], [47], [55]	Евристичні методи, алгоритм табу-пошуку, генетичний алгоритм, імітаційне моделювання	Розробка маршрутів із зазначенням радіуса дії безпілотників для обстеження цілей, забезпечуючи ефективне покриття об'єктів

1	2	3	4
Пріоритизація цілей	[16], [18], [20], [32], [41], [47], [50]	Алгоритми пріоритизації, змішане цілочислове програмування, евристичні методи	Врахування важливості різних цілей для оптимізації послідовності їх відвідування, підвищуючи загальну ефективність місії
Мінімізація загального часу польоту	[16], [18–20], [28], [41–43], [46–48], [50], [53], [58], [60]	Метод гілок та меж, алгоритм адаптивної вставки, генетичні алгоритми, евристичні методи	Дослідження зосереджено на створенні найкращих маршрутів для безпілотників, щоб зменшити час польоту з урахуванням обмежень радіусу дії та потужності
Максимізація кількості цілей обльоту	[17], [32], [49]	Евристичні підходи, імітаційне та стохастичне моделювання	Дослідження спрямоване на покращення кількості обслуговуваних цілей або точок доставки протягом певного періоду часу за допомогою безпілотників для підвищення ефективності логістики в різних сферах.
Мінімізація загальних витрат ресурсів	[29], [33], [51], [55]	Евристичні методи, динамічне програмування	Розробка стратегій маршрутизації, спрямованих на зниження витрат на експлуатацію безпілотників і вантажівок, зокрема витрат на енергію і час, враховуючи різноманітні логістичні обмеження
Динамічна маршрутизація	[45], [61–62]	Методи адаптації, стохастичне моделювання, гібридні методи	Розробка методів оперативного коригування траєкторії БПЛА з урахуванням зміни ситуації (зміна погодних умов або поява несподіваних перешкод на маршруті

3. Математичні моделі задач маршрутизації безпілотних літальних апаратів

Розглянемо математичні моделі деяких важливих практичних задач маршрутизації БПЛА.

Задача I (задача з однією базою)

Маємо один БПЛА, множину цілей для обстеження та транспортний засіб (ТЗ), який знаходиться на базі B_1 . БПЛА повинен облетіти цілі, стартуючи з бази B_1 . Оскільки БПЛА має обмежений польотний ресурс, то до його вичерпання він повинен повернутися на базу, пройти обслуговування (поповнення польотного ресурсу) і продовжити обліт цілей. Завдання полягає у визначенні такої множини підмаршрутів БПЛА, які починаються та закінчуються в базі B_1 , та часових інтервалів обслуговування на базі, щоб провести обстеження усіх цілей за мінімальний час з урахуванням обмеженості польотного ресурсу БПЛА.

Вхідні дані: координати бази B_1 ; координати цілей; ресурс t БПЛА у часовому вимірі (час у польоті без поповнення); час τ відновлення ресурсу (обслуговування) на базі; швидкість v БПЛА.

Проміжні дані: матриця D відстаней як між цілями, так і між цілями та базою; матриця C часів переміщення БПЛА між пунктами.

Вихідні дані: кількість підмаршрутів обльоту цілей; порядок обльоту цілей в кожному підмаршруті; часовий розклад поповнення ресурсу; загальний час виконання обстеження.

Математична модель Задачі I.

Дано: множина $J = \{1, \dots, n\}$ цілей (n – їх кількість); $\{0\}$ – місце розміщення бази B_1 ; матриця $c_{kl} = \frac{d_{kl}}{v}$ ($k, l \in \{0, 1, \dots, n\}$) часів переміщення БПЛА між пунктами.

Необхідно розбити множину J на R упорядкованих підмножин (R є шуканою величиною), що відповідають підмаршрутам обльоту цілей, $J_1 = (j_1^1, j_2^1 \dots j_{n_1}^1), \dots, J_R = (j_1^R, j_2^R \dots j_{n_R}^R)$ таких, що $\bigcup_{r=1}^R J_r = J$ та $J_i \cap J_j = \emptyset$, для $i \neq j$, щоб мінімізувати час виконання завдання із обльоту цілей і при цьому сумарний час польоту на кожному підмаршруті був би не більшим ніж ресурс БПЛА у часовому вимірі без поповнення:

$$C_r = c_{0j_1^r} + \sum_{q=1}^{n_r-1} c_{j_q^r j_{q+1}^r} + c_{j_{n_r}^r 0} \leq t, \quad r = 1, \dots, R. \quad (1)$$

Цільова функція. Сумарний час виконання завдання (сума часів проходження усіх підмаршрутів та часів обслуговувань БПЛА між польотами) повинен бути мінімальним:

$$z = \sum_{r=1}^R C_r + (R - 1)\tau \rightarrow \min. \quad (2)$$

Примітка 1. Якщо кількість допустимих підмаршрутів $R = 1$, то $z = \sum_{r=1}^R C_r$, оскільки час обслуговування БПЛА на базі можна не враховувати.

Примітка 2. Зауважимо, що тут і далі $n_r = |J_r|, r = 1, \dots, R, \sum_{r=1}^R n_r = n$.

Примітка 3. Часовий розклад поповнення ресурсу визначається за результатами розв'язування задачі (1)–(2), а саме з урахуванням кількості підмаршрутів обльоту цілей та порядку обльоту цілей в кожному підмаршруті.

Задача II (задача про вибір однієї з двох баз)

Маємо один транспортний засіб, один БПЛА, множину цілей для обстеження та місцезнаходження двох баз B_1 і B_2 . Час переміщення ТЗ між базами відомий. БПЛА може починати обстеження цілей з будь-якої із заданих двох баз. При цьому використання обох баз одночасно виключається. Це означає, що можливі тільки такі два варіанти дій: 1) ТЗ знаходиться в B_1 , БПЛА стартує з ТЗ, обстежує цілі, періодично повертаючись на ТЗ для обслуговування, і фінішує на ТЗ; 2) ТЗ переїжджає з B_1 в B_2 , БПЛА стартує з ТЗ, обстежує цілі, періодично повертаючись на ТЗ для обслуговування, і фінішує на ТЗ. Завдання полягає у визначенні, з якої із заданих двох баз можна провести обстеження за менший час. Таким чином, задача розбивається на дві незалежні підзадачі. На основі знайдених тривалостей проходження маршрутів (що складаються з множини підмаршрутів) приймається рішення щодо вибору бази для реалізації плану обстеження – їй відповідає менше значення часу виконання обстеження.

Вхідні дані: до вхідних даних *Задачі I* додаються координати бази B_2 .

Вихідні дані: база, з якої будуть виконуватись обльоти цілей; множина підмаршрутів обльоту цілей; часовий розклад поповнення ресурсу; загальний час виконання обстеження.

По суті необхідно розв'язати дві незалежні задачі: *Задачу II.1* (база в B_1) та *Задачу II.2* (база в B_2). *Задача II.1* повністю співпадає з *Задачею I*. Відмінності *Задачі II.2* від *Задачі I* полягають у наступному: $\{0\}$ – місце розміщення бази B_2 , а цільова функція має вигляд:

$$z = \Delta + \sum_{r=1}^R C_r + (R - 1)\tau \rightarrow \min. \quad (3)$$

Задача III (задача з синхронізацією БПЛА та ТЗ з двома базами, де одна з баз є основною)

Маємо транспортний засіб, один БПЛА, множину цілей для обстеження та місцезнаходження двох баз B_1 і B_2 разом з часом переміщення транспортного засобу між ними. БПЛА стартує з транспортного засобу, що знаходиться на базі B_1 , а транспортний засіб при цьому вирушає до бази B_2 , тому приземлення чи обслуговування далі може відбуватися уже лише на базі B_2 .

Завдання полягає у такому визначенні фрагментів маршруту БПЛА та часових інтервалів синхронного обслуговування на базі B_2 , щоб провести обстеження цілей за мінімальний час. Сенс синхронізації полягає у тому, що час переміщення транспортного засобу до бази B_2 має бути не меншим, ніж час проходження першого фрагмента маршруту БПЛА, тобто щоб транспортний засіб прибув до B_2 раніше, ніж БПЛА, і чекав на нього.

Задача розбивається на дві підзадачі:

– Підзадача III.1 – пошук такого підмаршруту БПЛА, щоб він злетів з B_1 , обстежив певну кількість цілей та дістався до B_2 за час, не менший, ніж час ТЗ в дорозі, та максимально використав свій ресурс;

– Підзадача III.2. – визначення підмаршрутів БПЛА з базою в B_2 , щоб провести обстеження цілей, що залишились, за мінімальний час.

Вхідні дані: Задачі III співпадають із вхідними даними Задачі II (3).

Вихідні дані: співпадають з вихідними даними Задачі I.

Математична модель Задачі III.

Дано: множина цілей $J = \{1, \dots, n\}$; місця розміщення баз B_1 та $B_2 \{0, n + 1\}$; матриця $\{c_{kl}\}$ ($k, l \in \{0, 1, 2, \dots, n, n + 1\}$) часів переміщення БПЛА між пунктами.

Необхідно розбити множину J на R упорядкованих підмножин (R – шукана величина), що відповідають підмаршрутам обльоту цілей $J_1 = (j_1^1, j_2^1 \dots j_{n_1}^1), \dots, J_R = (j_1^R, j_2^R \dots j_{n_R}^R)$, таких що $\cup_{r=1}^R J_r = J$ та $J_i \cap J_j = \emptyset$, для $i \neq j$.

Обмеження.

Сумарний час першого підмаршруту повинен бути не більшим ніж час у польоті БПЛА без поповнення:

$$C_1 = c_{0j_1^1} + \sum_{q=1}^{n_1-1} c_{j_q^1 j_{q+1}^1} + c_{j_{n_1}^1 (n+1)} \leq t. \quad (4)$$

Крім того, час цього першого підмаршруту БПЛА (між двома базами) повинен бути не меншим за час переміщення транспортного засобу від першої до другої бази:

$$C_1 = c_{0j_1^1} + \sum_{q=1}^{n_1-1} c_{j_q^1 j_{q+1}^1} + c_{j_{n_1}^1 (n+1)} \geq \Delta. \quad (5)$$

Сумарний час усіх наступних підмаршрутів (що починаються і закінчуються в базі B_2) повинен бути не більшим ніж час у польоті БПЛА без поповнення:

$$C_r = c_{(n+1)j_1^r} + \sum_{q=1}^{n_r-1} c_{j_q^r j_{q+1}^r} + c_{j_{n_r}^r (n+1)} \leq t, \text{ де } r = 2, \dots, R. \quad (6)$$

Цільова функція: $z = \sum_{r=1}^R C_r + (R - 1)\tau \rightarrow \min$.

Задача IV (задача з синхронізацією БПЛА та ТЗ з двома рівнозначними базами)

Маємо транспортний засіб, один БПЛА, множину цілей для обстеження та місцезнаходження двох баз B_1 і B_2 разом з часом переміщення транспортного засобу між ними. БПЛА стартує з транспортного засобу, що знаходиться на базі B_1 та облітає множину цілей формуючи перший підмаршрут. Після цього БПЛА повертається на базу B_1 та встає на обслуговування. Так може повторюватись декілька разів. Далі транспортний засіб вирушає до бази B_2 , тому приземлення чи обслуговування далі може відбуватися уже лише на базі B_2 . Завдання полягає у такому визначенні підмаршрутів БПЛА та часових інтервалів синхронного обслуговування на базах B_1 та B_2 , щоб провести обстеження цілей за мінімальний час. Сенс синхронізації полягає у тому, що час переміщення транспортного засобу до бази B_2 має бути не меншим, ніж час проходження підмаршруту БПЛА від бази B_1 до бази B_2 , тобто щоб транспортний засіб прибув до B_2 раніше, ніж БПЛА, і чекав на нього.

Таким чином, задача розбивається на три підзадачі:

- Підзадача IV.1 – визначення підмаршрутів БПЛА, що починаються з бази B_1 ;
- Підзадача IV.2 – пошук такого маршруту БПЛА, щоб він дістався до B_2 за час, не менший, ніж час ТЗ в дорозі;
- Підзадача IV.3 – визначення підмаршрутів БПЛА, що починаються з бази B_2 .

Підзадача IV.1 по суті співпадає із Задачею I за винятком того, що в даному випадку обстежується тільки деяка підмножина цілей K з множини J ($K \subseteq J$). Для цілей з множини $J \setminus K$ розв’язується Задача III (4)–(6) (Підзадачі IV.2 та IV.3 співпадають відповідно з Підзадачами III.1 та III.2).

Вхідні дані: Задачі IV співпадають із вхідними даними Задачі II.

Вихідні дані: співпадають з вихідними даними Задачі I.

Математична модель Задачі IV.

Дано: множина цілей БПЛА $J = \{1, \dots, n\}$; місця розміщення баз B_1 та B_2 $\{0, n + 1\}$; матриця $\{c_{kl}\}$ ($k, l \in \{0, 1, 2, \dots, n, n + 1\}$) часів переміщення БПЛА між пунктами.

Необхідно розбити множину J на $R = W + Y + 1$ упорядкованих підмножин (W та Y є шуканими величинами), що відповідають підмаршрутам обльоту цілей, $J_1 = (j_1^1, j_2^1 \dots j_{n_1}^1), \dots, J_R = (j_1^R, j_2^R \dots j_{n_R}^R)$, таких що $\bigcup_{r=1}^R J_r = J$ та $J_i \cap J_j = \emptyset$, для $i \neq j$, де W – кількість підмаршрутів, що починаються і закінчуються на базі B_1 , Y – кількість підмаршрутів, що починаються і закінчуються на базі B_2 , множина J_R відповідає підмаршруту, що починається в B_1 та закінчується в B_2 (у виразі $R = W + Y + 1$ їй відповідає доданок +1).

Обмеження:

$$C_r = c_{0j_1^r} + \sum_{q=1}^{n_r-1} c_{j_q^r j_{q+1}^r} + c_{j_{n_r}^r 0} \leq t, \quad r = 1, \dots, W;$$

$$C_r = c_{0j_1^r} + \sum_{q=1}^{n_1-1} c_{j_q^r j_{q+1}^r} + c_{j_{n_r}^r (n+1)} \geq \Delta, \quad r = W + 1;$$

$$C_r = c_{(n+1)j_1^r} + \sum_{q=1}^{n_r-1} c_{j_q^r j_{q+1}^r} + c_{j_{n_r}^r (n+1)} \leq t, \quad r = R - Y, \dots, R.$$

Задача полягає у мінімізації цільової функції: $z = \sum_{r=1}^R C_r + (R - 1)t \rightarrow \min$.

Задача V (задача з синхронізацією БПЛА та ТЗ з множиною баз)

Відмінність постановки цієї задачі від попередньої полягає у тому, що використовується множина із P баз і транспортний засіб пересувається від бази до бази. При цьому БПЛА паралельно обстежує цілі з урахуванням переміщення транспортного засобу. Задача розбивається на P підзадач: *Підзадача V.1* – визначення підмаршрутів БПЛА, що починаються та закінчуються на базі B_1 ; *Підзадача V.2* (пошук такого маршруту БПЛА, щоб він дістався з B_1 до B_2 за час, не менший, ніж час ТЗ в дорозі, та визначення підмаршрутів БПЛА, що починаються та закінчуються на базі B_2); *Підзадача V.P* (пошук такого маршруту БПЛА, щоб він дістався з B_{P-1} до B_P за час, не менший, ніж час ТЗ в дорозі та визначення підмаршрутів БПЛА, що починаються та закінчуються на базі B_P).

Цю задачу можна подати як композицію *Задачі I* (*Підзадача V.1*) та $(P - 1)$ *Задач III* (*Підзадача V.2, ..., Підзадача V.P*).

На рисунку для деякої *Задачі V* з кількістю баз $P = 4$ та кількістю цілей для обстеження $n = 16$ зображений один із можливих варіантів послідовності обльоту цілей, що складається з шести підмаршрутів:

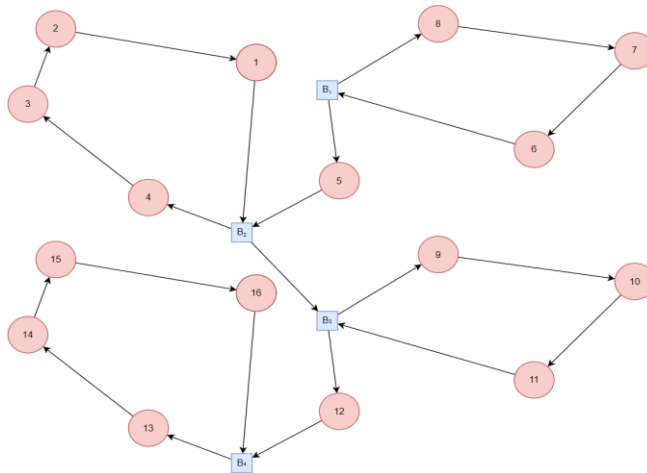
$$B_1-8-7-6-B_1-5-B_2-4-3-2-1-B_2-B_3-9-10-11-B_3-12-B_4-13-14-15-16-B_4.$$


РИСУНОК. Приклад послідовності обльоту цілей для задачі з $P = 4$ та $n = 16$

Висновки. Розвиток БПЛА – це сфера наукових та прикладних розроблень, яка динамічно розвивається з широким спектром потенційних застосувань. Їхня актуальність зростає у міру того, як зростають їхні можливості та доступність.

Одна із тем статті – це систематизація наукових підходів та алгоритмів, що використовуються для оптимізації маршрутів БПЛА. Подано аналіз та класифікацію низки виділених задач маршрутизації БПЛА, підкреслюючи значення цих задач у різних сферах, таких як логістика, оборона, сільське господарство та інші.

Запропоновано класифікацію задач маршрутизації БПЛА за різними критеріями, серед яких кількість безпілотників, кількість місць базування, обмеження на перезарядження БПЛА, наявність додаткових умов, критерії оцінювання та сталість умов. Ця класифікація допомагає краще розуміти структуру проблем маршрутизації та обрати відповідні методи їх розв'язування.

Підкреслено важливість інтеграції БПЛА з наземними транспортними засобами для підвищення ефективності виконання завдань, таких як доставка "останньої милі" з метою оптимізації логістичних операцій та зменшення загальних витрат.

Основним результатом проведених досліджень є те, що запропоновано змістовні постановки низки взаємопов'язаних постановок практичних задач маршрутизації БПЛА та здійснено їх формалізацію у вигляді спеціальних математичних моделей. Це дозволить розроблювати ефективні алгоритми розв'язування відповідних задач комбінаторної оптимізації.

Список літератури

1. Thibbotuwawa A., Bocewicz G., Nielsen P., Banaszak Z. Unmanned aerial vehicle routing problems: a literature review. *Applied sciences*. 2020. **10** (13). 4504. <https://doi.org/10.3390/app10134504>
2. Kucukoglu I., Dewil R., Cattrysse D. The electric vehicle routing problem and its variations: A literature review. *Computers & Industrial Engineering*. 2021. 161. 107650. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107650>
3. Murray C.C., Chu A.G. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2015. Vol. 54. P. 86–109. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2015.03.005>
4. Murray C.C., Raj R. The multiple flying sidekicks traveling salesman problem: Parcel delivery with multiple drones. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2020. Vol. 110. P. 368–398. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2019.11.003>
5. Ahn N., Kim S. Optimal and heuristic algorithms for the multi-objective vehicle routing problem with drones for military surveillance operations. *Journal of Industrial and Management Optimization*. 2022. **18** (3). P. 1651–1663. <https://doi.org/10.3934/jimo.2021037>
6. Wang X., Poikonen, S., Golden B. The vehicle routing problem with drones: several worst-case results. *Optimization Letters*. 2017. **11**. P. 679–697. <https://doi.org/10.1007/s11590-016-1035-3>
7. Wang Z., Sheu J.B. Vehicle routing problem with drones. *Transportation research part B: methodological*. 2019. Vol. 122. P. 350–364. <http://dx.doi.org/10.1016/j.trb.2019.03.005>
8. Kuo R.J., Lu S.H., Lai P.Y., Mara S.T.W. Vehicle routing problem with drones considering time windows. *Expert Systems with Applications*. 2021. 191. 116264. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2021.116264>
9. Jeong H.Y., Lee S. Collaborative hybrid delivery system: Drone routing problem assisted by truck. In Advances in Production Management Systems. *Artificial Intelligence for Sustainable and Resilient Production Systems: IFIP WG 5.7 International Conference, APMS 2021, Nantes, France, September 5–9, 2021, Proceedings, Part III*. Springer Int. Publ. 2021. P. 33–42. https://doi.org/10.1007/978-3-030-85906-0_4
10. Jeong H.Y., Lee S. Drone routing problem with truck: Optimization and quantitative analysis. *Expert Systems with Applications*. 2023. 227. 120260. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120260>
11. Golden B., Wang X., Wasil E. The evolution of the Vehicle Routing Problem – A survey of VRP research and practice from 2005 to 2022. In *The Evolution of the Vehicle Routing Problem: A Survey of VRP Research and Practice from 2005 to 2022*. Cham: Springer Nature Switzerland, 2023. P. 1–64. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-18716-2>
12. Horbulin V.P., Hulianytskyi L.F., Sergienko I.V. Optimization of UAV Team Routes in the Presence of Alternative and Dynamic Depots. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2020. **56** (2). P. 195–203. <https://doi.org/10.1007/s10559-020-00235-8>
13. Murray C.C., Chu A.G. The flying sidekick traveling salesman problem: Optimization of drone-assisted parcel delivery. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2015. 54. P. 86–109. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2015.03.005>
14. Yakici E. Solving location and routing problem for UAVs. *Computers & Industrial Engineering*. 2016. 102. P. 294–301. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.10.029>
15. Furini F., Persiani C.A., Toth P. The Time Dependent Traveling Salesman Planning Problem in Controlled Airspace. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2016. 90. P. 38–55. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2016.04.009>
16. Alakbarov Z., Bekirova L. UAV Swarm Systems. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2020. **98** (1). P. 19–43. <http://dx.doi.org/10.36962/PAHTEI34112023-274>
17. Morandi N., Leus R., Yaman H. The Orienteering Problem with Drones. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2020. 111. P. 210–230. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.2023.0003>
18. Stodola P., Kutěj L. Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Drones: Mathematical Formulation, Solution Algorithm and Experiments. *Computers & Operations Research*. 2020. 112. 104768. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4429473>
19. Xiang H., Liu X., Song X., Zhou W. UAV Path Planning Based on Enhanced PSO-GA. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2020. **17** (1). P. 271–282. http://dx.doi.org/10.1007/978-981-99-9119-8_25
20. Schermer D., Moeini M., Wendt O. A Matheuristic for the Vehicle Routing Problem with Drones and Its Variants. *Computers & Operations Research*. 2020. 111. 106536. <http://dx.doi.org/10.1016/j.trc.2019.06.016>

21. Wang X., Poikonen S., Golden B. The vehicle routing problem with drones: several worst-case results. *Optimization Letters*. 2017. 11. P. 679–697. <https://doi.org/10.1007/s11590-016-1035-3>
22. Wang Z., Sheu J.B. Vehicle routing problem with drones. *Transportation research part B: methodological*. 2019. 122. P. 350–364. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2019.03.005>
23. Kuo R.J., Lu S.H., Lai P.Y., Mara S.T.W. Vehicle routing problem with drones considering time windows. *Expert Systems with Applications*. 2022. 191. 116264. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.116264>
24. Jeong H.Y., Lee S. Collaborative hybrid delivery system: Drone routing problem assisted by truck. In Advances in Production Management Systems. *Artificial Intelligence for Sustainable and Resilient Production Systems: IFIP WG 5.7 International Conference, APMS 2021, Nantes, France, September 5–9, 2021, Proceedings, Part III*. Springer Int. Publ. 2021. P. 33–42. https://doi.org/10.1007/978-3-030-85906-0_4
25. Jeong H.Y., Lee S. Drone routing problem with truck: Optimization and quantitative analysis. *Expert Systems with Applications*. 2023. 227. 120260. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120260>
26. Horbulin V.P., Hulianytskyi L.F., Sergienko I.V. Planning of Logistics Missions of the “UAV+Vehicle” Hybrid Systems. *Cybern Syst Anal*. 2023. 59. P. 733–742. <https://doi.org/10.1007/s10559-023-00609-8>
27. Гуляницький Л.Ф., Рибальченко О.В. Оптимізація маршрутів при плануванні місій гібридних транспортних систем "Дрон+Транспортний засіб". *Cybernetics and Computer Technologies*. 2023. 3. С. 44–58. <https://doi.org/10.34229/2707-451X.23.3.4>
28. Poikonen S., Golden B. The Mothership and Drone Routing Problem. *European Journal of Operational Research*. 2019. 277 (2). P. 690–703. <http://dx.doi.org/10.1287/ijoc.2018.0879>
29. Tamke F., Buscher U. The Vehicle Routing Problem with Drones and Drone Speed Selection. *Computers & Operations Research*. 2023. 152. 106112. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2022.106112>
30. Kyriakakis N.A., Stamadianos T., Marinaki M., Marinakis Y. The electric vehicle routing problem with drones: An energy minimization approach for aerial deliveries. *Cleaner Logistics and Supply Chain*. 2022. 4. 100041. <https://doi.org/10.1016/j.clscn.2022.100041>
31. Guerriero F., Surace R., Loscri V., Natalizio E. A Multi-Objective Approach for Unmanned Aerial Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows Constraints. *Applied Mathematical Modelling*. 2014. 38 (3). P. 839–852. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.07.002>
32. Kim D., Lee K., Moon I. Stochastic Facility Location Model for Drones Considering Uncertain Flight Distance. *Computers & Industrial Engineering*. 2019. 128. <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10479-018-3114-6>
33. Ermagun A., Tajik N. Multiple-Drones-Multiple-Trucks Routing Problem for Disruption Assessment. *Transportation Research Record Journal of the Transportation Research Board*. 2022. 2677 (34). P. 139–150. <https://doi.org/10.1177/03611981221108378>
34. Braekers K., Ramaekers K., Nieuwenhuysse I.V. The Vehicle Routing Problem: State of the Art Classification and Review. *Computers & Industrial Engineering*. 2016. 99 (1). P. 300–313. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.007>
35. Guerrero J.A., Bestaoui Y. UAV Path Planning for Structure Inspection in Windy Environments. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2013. 69 (1). P. 297–311. <https://doi.org/10.1007/s10846-012-9778-2>
36. Kim S.J., Lim G.J., Cho J., Côté M.J. Drone-Aided Healthcare Services for Patients with Chronic Diseases in Rural Areas. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2017. 88 (1). P. 163–180. <https://doi.org/10.1007/s10846-017-0548-z>
37. Manyam S.G., Rathinam S., Darbha S. GPS Denied UAV Routing with Communication Constraints. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2016. 84 (1). P. 691–703. <https://doi.org/10.1007/s10846-016-0343-2>
38. Habib D., Jamal H., Khan S.A. Employing Multiple Unmanned Aerial Vehicles for Co-Operative Path Planning. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2013. 10 (5). 235. <https://doi.org/10.5772/56286>
39. Горбулін В.П., Мосов С.П. Рої дронів – кульмінація дронізації воєн. *Вісник Національної академії наук України*. 2024. № 3. С. 3–11. <https://doi.org/10.15407/visn2024.03.003>
40. Liu W., Zhang T., Huang S., Li K. A hybrid optimization framework for UAV reconnaissance mission planning. *Computers & Industrial Engineering*. 2022. 173. 108653. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108653>
41. Kim D., Moon I. Scheduling-Location Problem with Drones. *Computers & Industrial Engineering*. 2020. 139. <http://dx.doi.org/10.1111/itor.13423>
42. Blufstein M., Lera-Romero G., Soullignac F.J. Incremental State-Space Relaxations for the Basic Traveling Salesman Problem with a Drone. *INFORMS Journal on Computing*. 2024. 32 (2). P. 353–369. <https://doi.org/10.1287/ijoc.2019.0931>
43. Skorobogatov G., Barrado C., Salami E. Multiple UAV Systems: A Survey. *Unmanned Systems*. 2019. 08 (1). P. 1–14. <https://doi.org/10.1142/S2301385020500090>
44. Gagan G., Haque A. Path Planning for Autonomous Drones: Challenges and Future Directions. *Drones*. 2023. 7. 169. <https://doi.org/10.3390/drones7030169>

45. Hajjama A., Créput J.-C., Koukam A. From the TSP to the Dynamic VRP: An Application of Neural Networks in Population Based Metaheuristic. *Metaheuristics for Dynamic Optimization*. 2012. https://doi.org/10.1007/978-3-642-30665-5_11
46. Tamke F., Buscher U. A Branch-and-Cut Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Drones. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2021. 115. 102615. <http://dx.doi.org/10.1016/j.trb.2020.11.011>
47. Kitjacharoenchai P., Ventresca M., Moshref-Javadi M., Lee S., Tanchoco J.M.A., Brunese P.A. Multiple Traveling Salesman Problem with Drones: Mathematical Model and Heuristic Approach. *European Journal of Operational Research*. 2019. **272** (3). P. 855–868. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.01.020>
48. Schermer D., Moeini M., Wendt O. The Traveling Salesman Drone Station Location Problem. *Transportation Science*. 2020. **53** (1). P. 123–137. https://www.researchgate.net/publication/333804560_The_Traveling_Salesman_Drone_Station_Location_Problem
49. Li H., Feilong W., Zhan Z. Drone Routing Problem with Swarm Synchronization. *Operations Research Letters*. 2023. **48** (4). P. 380–386. <https://doi.org/10.1016/j.orl.2020.03.008>
50. Kitjacharoenchai P., Lee S. Vehicle Routing Problem with Drones for Last Mile Delivery. *Procedia Manufacturing*. 2019. 39. P. 314–324. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2020.01.338>
51. Houming F., Yueguang Z., Panjun T. Multi-Depot Electric Vehicle Routing Problem with Drones under Time-Dependent Networks. *Journal of Intelligent and Connected Vehicles*. 2023. **4** (1). P. 1–17. <https://doi.org/10.13587/j.cnki.jieem.2023.02.013>
52. Hulianytskyi L., Rybalchenko O. Optimization of decisions when planning a UAV group mission with alternative depots. *Selected Papers of the III International Scientific Symposium “Intelligent Solutions” (IntSol-2023)*. Symposium Proceedings, September 27–28, 2023, Kyiv, Ukraine. CEUR Workshop Proceedings. 2023. Vol. 3538. P. 245–256. https://ceur-ws.org/Vol-3538/Paper_22.pdf
53. Tong B., Wang J., Wang X., Zhou F., Mao X., Zheng W. Optimal Route Planning for Truck–Drone Delivery Using Variable Neighborhood Tabu Search Algorithm. *Applied Sciences*. 2022. **12** (1). 529. <https://doi.org/10.3390/app12010529>
54. Pisinger D., Ropke S. A General Heuristic for Vehicle Routing Problems. *Computers & Operations Research*. 2007. **34** (8). P. 2403–2435. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.09.012>
55. Liu Y.-Q., Han J., Zhang Y., Li Y., Jiang T. Multivisit Drone-Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery Considering No-Fly Zones. *Discrete Dynamics in Nature and Society*. 2023. <https://doi.org/10.1155/2023/1183764>
56. Baldacci R., Bartolini E., Laporte G. Some Applications of the Generalized Vehicle Routing Problem. *Journal of the Operational Research Society*. 2010. **61** (7). P. 1072–1077. <https://doi.org/10.1057/jors.2009.51>
57. Moadab A., Farajzadeh F., Valilai O.F. Drone Routing Problem Model for Last-Mile Delivery Using the Public Transportation Capacity as Moving Charging Stations. *Scientific Reports*. 2022. **12** (1). 7220. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-10408-4>
58. Campbell J.F., Corberán Á., Plana I., Martínez P.S. The Multi-Purpose K-Drones General Routing Problem. *Journal of the Operational Research Society*. 2022. **73** (1). P. 13–28. <https://doi.org/10.1002/net.22176>
59. Elghitani F. Dynamic UAV Routing for Multi-Access Edge Computing. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, PP(99). 2024. P. 1–11. <https://doi.org/10.1109/TVT.2024.3360253>
60. Xu Y., Che C. A Brief Review of the Intelligent Algorithm for Traveling Salesman Problem in UAV Route Planning. *2019 IEEE 9th International Conference on Electronics Information and Emergency Communication (ICEIEC)*. 2019. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/ICEIEC.2019.8784651>
61. Klein D.J., Venkateswaran S., Isaacs J.T. Localization with Sparse Acoustic Sensor Network Using UAVs as Information-Seeking Data Mules. *ACM Transactions on Sensor Networks*. 2013. **9** (3). P. 1–29. <https://doi.org/10.1145/2480730.2480733>
62. Arsie A., Frazzoli E. Efficient Routing of Multiple Vehicles with No Explicit Communications. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2018. **28** (2). P. 375–395. <https://doi.org/10.1002/rnc.1258>

Одержано 19.06.2024

Гуляницький Леонід Федорович,
 доктор технічних наук, завідувач відділом
 Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ,
<https://orcid.org/0000-0002-1379-4132>
leonhul icyb@gmail.com

Бишовець Наталія Миколаївна,

студентка факультету інформатики та обчислювальної техніки
Національного технічного університету України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», Київ,

Жданова Олена Григорівна,

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри інформаційних систем та технологій
Національного технічного університету України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», Київ.
<https://orcid.org/0000-0002-8787-846X>
zhdanova.elena@hotmail.com

УДК 519.8

Л.Ф. Гуляницький^{1*}, Н.М. Бишовець², О.Г. Жданова^{2*}

Про задачі маршрутизації БПЛА

¹ Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ

² Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

* Листування: leonhul.icyb@gmail.com, zhdanova.elena@hotmail.com

Вступ. Безпілотні літальні апарати (БПЛА, Unmanned Aerial Vehicles – UAV) привертають значний інтерес у різних сферах, таких як логістика, оборона, пошук і рятування, сільське господарство, виробництво та екологічний моніторинг. Ефективне використання цих гнучких ресурсів вимагає розробки моделей та методів, які забезпечують складання безпечних та ефективних маршрутів польотів БПЛА.

Мета роботи – дослідження сучасного стану задач маршрутизації БПЛА, зокрема аналіз наявних досліджень у цій сфері та систематизація наукових підходів та алгоритмів, а також формалізація деяких практично важливих задач.

Результати. Запропоновано класифікацію задач маршрутизації БПЛА за різними критеріями, серед яких кількість безпілотників, кількість місць базування, обмеження на перезарядження БПЛА, наявність додаткових умов, критерії оцінювання та сталість умов. Подано аналіз та класифікацію задач маршрутизації БПЛА, підкреслюючи значення цих задач у різних сферах, таких як логістика, оборона, сільське господарство та інші. Запропоновано змістовні постановки низки взаємопов'язаних постановок практичних задач маршрутизації БПЛА та здійснено їх формалізацію у вигляді спеціальних математичних моделей.

Висновки. Розвиток безпілотних літальних апаратів (БПЛА) – динамічна та актуальна сфера з широким спектром застосувань. У роботі систематизовано наукові підходи та алгоритми для оптимізації маршрутів БПЛА, проведено аналіз і класифікацію задач маршрутизації за різними критеріями. Запропонована класифікація дозволяє краще розуміти структуру проблем та обирати відповідні методи для їх вирішення. Основний результат – формалізація низки практичних задач маршрутизації БПЛА у вигляді математичних моделей, що дозволяє розробляти ефективні алгоритми для вирішення цих задач, підвищуючи ефективність використання БПЛА в різних сферах, таких як логістика, оборона та сільське господарство.

Ключові слова: безпілотний літальний апарат, дрон, оптимізація маршрутів, польотний ресурс, обстеження об'єктів.

MSC 90C27, 68Q12

Leonid Hulianytskyi^{1*}, Natalia Byshovets², Olena Zhdanova^{2*}

About the Problem of Drone Routing

¹ V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine, Kyiv

² National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

* Correspondence: leonhul.icyb@gmail.com, zhdanova.elena@hotmail.com

Introduction. Unmanned aerial vehicles (UAVs) are attracting considerable interest in a variety of areas, such as logistics, defence, search and rescue, agriculture, manufacturing and environmental monitoring. The effective use of these flexible resources requires the development of models and methods that ensure the creation of safe and efficient flight routes for UAVs.

The purpose of the paper is to study the current state of UAV routing problems, including an analysis of existing research in this field and systematization of scientific approaches and algorithms as well as the formalization of some practically important problems.

Results. A classification of UAV routing problems has been proposed based on various criteria, including the number of UAVs, the number of base locations, UAV recharging constraints, additional conditions, evaluation criteria, and the constancy of conditions. An analysis and classification of UAV routing problems are presented, highlighting the significance of these problems in various fields such as logistics, defense, agriculture, and others. Meaningful formulations of several interrelated practical UAV routing problems have been proposed, and their formalization has been carried out in the form of specific mathematical models.

Conclusions. The development of unmanned aerial vehicles (UAVs) is a dynamic and relevant area with a wide range of applications. The paper systemises scientific approaches and algorithms for optimising UAV routes, analyses and classifies routing problems according to various criteria. The proposed classification allows for a better understanding of the structure of the problems and the selection of appropriate methods for solving them. The main result is the formalisation of a number of practical UAV routing problems in the form of mathematical models, which allows developing effective algorithms for solving these problems, increasing the efficiency of UAVs in various fields, such as logistics, defence and agriculture.

Keywords: route optimization, unmanned aerial vehicle, drone, mathematical model, flight resource, combinatorial optimization, monitoring, logistics.