КІБЕРНЕТИКА
та КОМП'ЮТЕРНІ
ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 519.8 DOI:10.34229/2707-451X.25.4.7

О.І. ВОЛОВИК, О.П. ЛИХОВИД

AMPL-РЕАЛІЗАЦІЯ МОДЕЛЕЙ СТРУКТУРНО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ ЗМІН

Розглядаються модифікації класичної моделі «витрати-випуск» В.В. Леонтьєва, розроблені М.В. Михалевичем. Наведено AMPL-реалізації для розв'язання оптимізаційних задач структурно-технологічних змін у міжгалузевому балансі за допомогою системи алгебраїчного моделювання AMPL. Досліджено ефективність розв'язання тестових задач за допомогою сучасних версій солверів на сервері NEOS.

Ключові слова: *модифіковані моделі «витрат-випуску», моделювання міжгалузевих зв'язків, сукупний дохід споживачів, оптимізація, тестові AMPL-реалізації, NEOS.*

Вступ. У 20-30-х рр. минулого століття держави, що мають розвинуту економіку, поглинулись у глобальну економічну нестабільність, яка характеризувалася зниженням промислового виробництва, масовим безробіттям, перевиробництвом, падінням цін тощо, та зіткнулися з необхідністю державного регулювання економічних процесів, що відбуваються на їхніх територіях. Під час розвитку держави розробляли і впроваджували у своє економічне життя різні важелі впливу на протікання економічних процесів, які мали як адміністративний, так і економічний характер. Одна з моделей такого регулювання економіки розроблених тоді була модель «витрати-випуск» («input-output») В.В. Леонтьєва, яка описувала модель економіки країни у цілому або окремого регіону, за яку він отримав Нобелевську премію з економіки у 1973 році.

Значний вклад у розвинення та застосування теорії міжгалузевого балансу було зроблено вітчизняними вченими та науковцями і, зокрема, науковцями Інституту кібернетики АН УРСР, де в 70 х роках минулого століття був сформований підрозділ, який займався розробкою та втіленням моделей міжгалузевого балансу для державних установ країни. Тематиці міжгалузевого балансу присвячені роботи В. Глушкова [1, 2], М. Михалевича та І. Сергієнко [3–5], П. Стецюка [3–7], В. Кулика [8–11], І. Коваленко та Ю. Архангельського [12], І. Ляшенко і О. Ляшенко [13, 14] та інших. Слід зазначити дослідження М.В. Михалевича, який приділив особливу увагу вивченню та розвитку обернених моделей Леонтьєва, оскільки вони дозволяють планувати виробництво, визначаючи необхідний валовий випуск продукції за заданим кінцевим попитом, дають змогу аналізувати вплив змін у технології виробництва на обсяги продукції та представляють ключовий інструмент у міжгалузевому балансі, що дозволяє зв'язати кінцевий попит із валовим виробництвом через обернену матрицю коефіцієнтів повних витрат за умови, що $(I - A)$ невироджена.

М.В. Михалевич дослідив різні способи змінення елементів технологічної матриці. В його оптимізаційній моделі цільовими функціями, які потрібно максимізувати, виступають сукупний дохід споживачів і мультиплікатор «приріст доходів–приріст споживачів». Більш детальний опис моделей М.В. Михалевича та її імплементації можна знайти в [3–5].

Мета роботи – дослідити модифікацію класичної моделі «витрати-випуск» В.В. Леонтьєва шляхом її оптимізаційного розширення, розробленого М.В. Михалевичем, з урахуванням структурно-технологічних зрушень, інституційних змін, рівня оплати праці та частки прибутку в різних галузях; обґрунтувати можливості застосування цієї модифікованої моделі для стратегічного планування міжгалузевих пропорцій у межах економічної політики, орієнтованої на зростання без інфляції витрат та розробити AMPL-реалізації для розв’язання оптимізаційних задач структурно-технологічних змін у міжгалузевому балансі використовуючи сучасне програмне забезпечення для обчислення локальних та глобальних оптимумів у задачах нелінійного програмування за допомогою солверів SNOPT та BARON на платформі NEOS.

Основні положення та математичний апарат моделі «витрати-випуск» В.В. Леонтьєва

Основні положення моделі «витрати-випуск», а також результати її застосування, були викладені в статтях написаних В.В. Леонтьєвим починаючи з 20-х років минулого століття [15–19]. У вступі до «The Structure of American Economy, 1919–1929», першого систематичного викладу того, що згодом стало аналізом «витрати-випуск», Леонтьєв описав свою роботу як «спробу застосувати економічну теорію загальної рівноваги – або, краще, загальної взаємозалежності – до емпіричного дослідження взаємозв'язків між різними частинами національної економіки, що виявляються через коваріації цін, обсягів виробництва, інвестицій та доходів» [18]. Таким чином, в основі моделі лежить метод аналізу міжгалузевих зв’язків з залученням апарату лінійної алгебри для дослідження економіки. Міжгалузевий баланс розглядається як економіко-математична балансова модель, що характеризує міжгалузеві виробничі взаємозв'язки в економіці країни та зв'язки між випуском продукції у одній галузі та витратами або витрачанням продукції всіх галузей, що беруть участь, для забезпечення цього випуску. Міжгалузевий баланс має вигляд таблиці галузей. Метод його побудови полягає у двоїстому розгляді різних секторів економіки, у якій по вертикалі показуються витрати на виробництво продукції певної галузі господарства, а по горизонталі – кількість продукції, переданої з цієї галузі в інші або як проміжний продукт на виробничі потреби, або у вигляді кінцевого продукту для споживання продукції галуззю. Використовуючи ці дані, можна визначити питомі витрати певного ресурсу на випуск продукції. Для цього обраний показник рядка або стовпця ділиться на величину валового продукту.

Розрізняють відкриту та закриту моделі «витрати-випуск». У відкритій моделі частина продукції споживається всередині галузі, решта споживається зовнішніми об’єктами, а проблема полягає у знаходженні рівня виробництва, якщо відомий попит на продукцію. В закритій моделі вся продукція споживається галузями, а проблема полягає у знаходженні відносної ціни кожного продукту.

Розглянемо матричну інтерпретацію моделі Леонтьєва.

Нехай економіка країни складається n агрегованими галузями, Y – вектор «кінцевого споживання» продукції, X – вектор «валового продукту», або обсягу виробництва певної галузі, A – квадратична матриця коефіцієнтів прямих витрат, що показують кількість продукції галузі, яка необхідна для виробництва одиниці продукції цієї галузі. Тоді, пряма закрита модель Леонтьєва в матричній формі описується співвідношенням:

$$X = AX + Y \quad \text{або} \quad Y = (I - A)X, \tag{1}$$

де I – одинична квадратична матриця розміру $n \times n$, а елементи матриці $A = \{a_{ij}\}$ розраховуються за формулою:

$$a_{ij} = x_{ij}/X_j, \quad i,j = \overline{1,n}, \tag{2}$$

тобто позначають кількість товару i, необхідного для виробництва одиниці товару j. У моделях леонтьєвського типу технологічна матриця (матриця прямих витрат) вважається відомою і розраховується на основі статистичної інформації з таблиць «витрати-випуск». Пізніше, а саме у 1941 році, В.В. Леонтьєв розробив систему аналізу «витрати-випуск» [19], яка передбачає використання оберненої матриці $(I-A)^{-1}$ для аналізу взаємозалежності між економічними секторами та кінцевим попитом, а сама модель отримала назву оберненої моделі Леонтьєва.

Двоїстою (ціновою) моделлю Леонтьєва , або моделлю рівноважних цін, називають модель, яка описується співвідношенням:

$$w=(I-A^T)p \tag{3}$$

в якому $p=(p_1,\dots,p_n)^T$ – вектор цін, де p_i – ціна одиниці продукції i-ої галузі, а $w=(w_1,\dots,w_n)^T$ – вектор норм доданої вартості. Пряму та двоїсту моделі Леонтьєва пов'язує співвідношення:

$$p^Ty=w^Tx, \tag{4}$$

яке означає, що національний продукт країни збігається з національним доходом.

Оптимізаційна модифікація моделі «витрати-випуск»

Для визначення структурно-технологічних змін, які зменшували б виробничі затрати та давали б змогу за цей рахунок збільшити доходи кінцевих споживачів і підвищити динамічність економіки, було запропоновано оптимізаційну модель, за основу якої була використана класична модель Леонтьєва, де кінцевий продукт розглядається як сукупний суспільний продукт, який залежить від реальних доходів споживачів, оскільки у вертикально інтегрованій економіці витрати на заробітну плату дорівнюють собівартості. В рамках класико-кейнсіанської політичної економіки, суспільний продукт розглядається як результат спільних зусиль всіх галузей промисловості та секторів.

Як і в класичній моделі Леонтьєва (1), (2) припустимо, що економіка країни складається з n агрегованих галузей, а також припустимо лінійну залежність оплати праці від обсягів виробництва в n галузях. Також будемо вважати, що кількість технологій відповідає кількості продукції, що випускається, тобто матриця A – квадратна, а також будемо вважаємо, що кожна галузь використовує у своєму виробництві продукцію всіх інших галузей, тобто матриця A – нерозкладна. Нехай вектор q – частка заробітної плати та інших виплат за працю у ціні продукції i-тої галузі, $q=(q_1,\dots q_n)$. Тоді, враховуючи, що джерелом доходу споживачів є їх заробітна платня, реальний сукупний дохід споживачів D, визначається як функція від вектору q та обсягу виробництва:

$$D=\sum_{i=1}^{n} q_ix_i=(q,x). \tag{5}$$

Враховуючи, що сукупний продукт всіх галузей складається з двох частин, одна з яких залежить від сукупного доходу споживачів і ця залежність носить лінійний характер, а інша частина не залежить від сукупного доходу, то сукупний суспільний продукт y_i описується співвідношенням:

$$y_i=\alpha_iD+h_i, \qquad i=\overline{1,n}, \tag{6}$$

де α_i відображають структуру індивідуального споживання та внутрішніх інвестицій, а вектор $h=(h_1,h_2 \dots,h_n)$ визначається експортно-імпортним сальдо галузей та потребами суспільного споживання, що не залежать від індивідуального споживання.

Якщо виразимо сукупний дохід D через матрицю коефіцієнтів прямих витрат α_{ij} та вектора q – частки заробітної плати та інших виплат за працю у ціні продукції i-тої галузі, то враховуючи (1) отримаємо $D=\ (q,x)=(q,(I-A)^{-1}y)$, з урахуванням (2) маємо

$$D(A,q)=\frac{q^T(I-A)^{-1}h}{1-q^T(I-A)^{-1}\alpha}. \tag{7}$$

Якщо позначити другий доданок у знаменнику k

$$k=q^T(I-A)^{-1}\alpha, \tag{8}$$

то (8) приймає вигляд

$$D(A,q)=\frac{q^T(I-A)^{-1}h}{1-k}.$$

М.В. Михалевич назвав величину k мультиплікатором «приріст доходів – приріст виробництва», який пояснює як зміниться сукупний дохід при зміні індивідуальної оплати за працю, що також вплине на рівень сукупного споживання. Обмеження, яке виключає вплив внутрішніх факторів на розвиток інфляції витрат задається співвідношенням:

$$\sum_{i=1,i\neq j}^{n}\frac{a_{ij}}{1-a_{ij}-\overline{q_J}}\leq\beta,\quad j=\overline{1,n}, \tag{9}$$

де вектор $\overline{q_J}$ задає частку доданої вартості в ціні продукції j-ої галузі, яку можна представити наступним співвідношенням: $\overline{q_J}=l_jq_j+d_j$, де l_j – мультиплікатор витрат на оплату праці в j-ій галузі, а d_j – частка складових доданої вартості в ціні продукції j-ої галузі, які не пов'язані з оплатою праці. Величина β – задане граничне значення, яке менше одиниці ($\beta<1$), що коригує неточність вхідних даних та задає резерв для безінфляційного збільшення компонентів доданої вартості, які не залежать від частки оплати праці в ціні продукції.

Враховуючи динамічність національної та регіональної економіки, яка впливає на значення матриці технологічних витрат та долю оплати праці у ціні продукції, М.В. Михалевич поставив задачу: визначити такі зміни елементів матриці A та вектору q, які б максимізували величину сукупного доходу $D(A,q)$ (або мультиплікатору «приріст доходів – приріст виробництва» k) без додаткових інфляційних впливів.

Нехай задані матриця A, вектор q і відповідні вектори α, $\bar{q}$, h, та l. Якщо врахувати можливі зміни заданих елементів матриці A та вектора q, та позначити їх ΔA та Δq, то цільові фукції (7) та (8) перепишемо наступним чином:

– для сукупного доходу

$$\mathrm{D}(\Delta\mathrm{A},\Delta\mathrm{q})=\frac{(\mathrm{q}+\Delta\mathrm{q})^{\mathrm{T}}(\mathrm{I}-(\mathrm{A}+\Delta\mathrm{A})^{-1}\mathrm{h}}{1-(\mathrm{q}+\Delta\mathrm{q})^{\mathrm{T}}(\mathrm{I}-(\mathrm{A}+\Delta\mathrm{A})^{-1}\alpha}, \tag{10}$$

– для мультиплікатора « приріст доходів – приріст виробництва»

$$k(\Delta A,\Delta q)=(q+\Delta q)^T(I-(A+\Delta A))^{-1}\alpha. \tag{11}$$

З метою усунення можливості існування точок розриву, необхідно, щоб виконувались наступні умови:

а) матриця $(I-(A+\Delta A))$ має бути невиродженою;

б) $(q+\Delta q)^T(I-(A+\Delta A))^{-1}\alpha<1$.

Тоді обмеження (9), з урахуванням частки доданої вартості в ціні продукції j-ої галузі, приймає вигляд:

$$\sum_{i=1,i\neq j}^{n}\frac{a_{ij}+\Delta a_{ij}}{1-(a_{jj}+\Delta a_{jj})-(l_j\left(q_j+\Delta q_j\right)+d_j)}\leq\beta,\quad j=\overline{1,n}. \tag{12}$$

Додамо обмеження, які забезпечують невід'ємність та ненульове значення знаменника в (12), а також фізичний зміст модифікованої матриці прямих витрат A та вектора q – долі оплати праці у ціні продукції:

$$a_{jj}+\Delta a_{jj}+l_j\left(q_j+\Delta q_j\right)+d_j\leq 1,\;\; j=\overline{1,n}, \tag{13}$$

$$0\leq q_j+\Delta q_j\leq 1,\quad 0\leq a_{ij}+\Delta a_{ij}\leq 1,\quad i,j=\overline{1,n}. \tag{14}$$

Додатково накладемо обмеження на варіативність Δa_{ij} та Δq_j вводячи нижні та верхні границі їх значень:

$$\Delta a_{ij} \le \underline{\Delta a_{ij}} \le \overline{\Delta a_{ij}}, \;\; i,j = \overline{1,n}, \tag{15}$$

$$q_i \le \underline{\Delta q_i} \le \overline{\Delta q_i}, \;\; i = \overline{1,n}. \tag{16}$$

Обмеження (15) та (16) контролюють кількість елементів матриці та вектору, які можна змінювати, фіксуючи інші елементи на певних значеннях за рахунок встановлених верхніх та нижніх границь. Обмеженість ресурсів, які потрібні для структурно-технологічних змін, виражається співвідношенням:

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} b_{k_{ij}} \max(0, -\Delta a_{ij}) \le B_k, \quad k = \overline{1,K}, \tag{17}$$

де K – кількість ресурсів, B_k – обсяг k-го ресурсу, необхідного для усування зниження витрат виробництва, $b_{k_{ij}}$ – витрата k-го ресурсу при реалізації заходів, які гарантують одиничне зменшення необхідних витрат продукції i-ої галузі на виробництво продукції j-ої галузі. Як бачимо, обмеження (17) виражене негладкою функцією, що обумовлює використання методів негладкої оптимізації для знаходження розв'язку даної задачі.

Таким чином, остаточна задача оптимізації формулюється наступним чином: знайти такі значення ΔA та Δq, які б максимізували значення $D(\Delta A, \Delta q)$ виражене співвідношенням (10) за умови обмежень (12) – (17); або знайти такі значення ΔA та Δq, які б максимізували значення $k(\Delta A, \Delta q)$ виражене співвідношенням (11) за умови обмежень (12) – (17). Як бачимо, вибір цільових функцій та побудова системи обмежень привели до оптимізаційних задач з неопуклими цільовими функціями та негладкими обмеженнями і обмеженнями, які мають дробово-лінійний вид, розв'язання яких, потребує використання методів недиференційованої оптимізації і методів локального пошуку, включаючи спеціальні схеми методу гілок та границь.

В роботі [7] наводиться ретельний аналіз цієї оптимізаційної моделі та обґрунтування умов наявності локальних екстремумів.

Розширені оптимізаційні задачі М.В. Михалевича

Наступним кроком було спростити задачу шляхом зведення її до моделей з простішими функціями за рахунок введення нової змінної:

$$z = (I - (A + \Delta A)^T)^{-1}(q + \Delta q), \tag{18}$$

звідки випливає, що $z^T = (q + \Delta q)^T (I - (A + \Delta A))^{-1}$, а цільові функції (10) та (11) після підстановки змінної z відповідно приймають вид для сукупного доходу:

$$F_1(z) = \frac{z^T h}{1 - z^T \alpha} \to \max, \tag{19}$$

а цільова функція для мультиплікатора «приріст доходів – приріст виробництва» стає лінійною і приймає вид

$$F_2(z) = z^T \alpha \to \max. \tag{20}$$

До існуючої системи обмежень вводимо додаткове обмеження на нову змінну

$$z - (A + \Delta A)^T z = q + \Delta q, \tag{21}$$

а обмеження (12) – (17) з урахуванням матричної форми (21) перетворюються:

$$z_j - \textstyle\sum_{i=1}^{n} \left(a_{ij} + \Delta a_{ij}\right) z = q_j + \Delta q_j, \quad j = \overline{1,n}, \tag{22}$$

$$\beta\left(a_{jj} + \Delta a_{jj}\right) + \beta\left(l_j\left(q_j + \Delta q_j\right) + d_j\right) + \textstyle\sum_{i=1, i\ne j}^{n} \left(a_{ij} + \Delta a_{ij}\right) \le \beta, j = \overline{1,n}, \tag{23}$$

$$a_{jj} + \Delta a_{jj} + l_j\left(q_j + \Delta q_j\right) + d_j \le 1, \quad j = \overline{1,n}, \tag{24}$$

$$\Delta a_{ij} \le \underline{\Delta a_{ij}} \le \overline{\Delta a_{ij}},\;\; i,j = \overline{1,n}, \tag{25}$$

$$\Delta q_i \le \underline{\Delta q_i} \le \overline{\Delta q_i},\;\; i = \overline{1,n}, \tag{26}$$

$$\sum\nolimits_{j=1}^{n}\sum\nolimits_{i=1}^{n}(b_{k_{ij}}^{-}\max(0,-\Delta a_{ij}) + (b_{k_{ij}}^{+}\max(0,\Delta a_{ij}))\;\le B_k,\quad k = \overline{1,K}, \tag{27}$$

де, як і вище, K – кількість ресурсів, B_k – обсяг k-го ресурсу, необхідного для усування зниження витрат виробництва, $b_{k_{ij}}$ – витрата k-го ресурсу при реалізації заходів, які гарантують одиничне зменшення необхідних витрат продукції i-тої галузі на виробництво продукції j-ої галузі; обмеження (25) та (26) пов'язані з нижніми та верхніми межами на компоненти вектора Δq та матриці ΔA.

Програмні реалізації оптимізаційної задачі М.В. Михалевича

Перша програмна реалізація для знаходження локальних екстремумів цільових функцій (10) або (11) за умов (12) – (17) була виконана за допомогою програми MULSTR на мові RATFOR. Оскільки обмеження (17) представляло собою негладку функцію, задачі зводилися до задач безумовної максимізації з застосуванням методу штрафних функцій. Для їх розв'язання використовувався r-алгоритм [20] , а також була розроблена схема методу знаходження локальних екстремумів на основі субградієнтних алгоритмів недиференційованої оптимізації з елементами МУЛЬТИСТАРТ-технологій, що передбачає пошук локальних екстремумів із різними початковими наближеннями. Розрахунки виконувалися спочатку для 18-галузевого балансу, потім для 39-галузевого, також розглядалися можливості розпаралелювання методу та використання багатопроцесорних систем; детальний опис, обґрунтування та аналіз методу наведені в [7]. Наступна програмна реалізація, в якій постановка задач була зведена до моделей з простішими функціями за рахунок введення нових змінних, була зроблена з використанням програми знаходження локальних екстремумів MULSTR1 для розширеної моделі з цільовими функціями (19), (20) та обмеженнями (21) – (27).

Подальшим кроком стало створення системи MiSTC, призначеної для розв'язання оптимізаційних задач міжгалузевого планування структурно-технологічних змін при аналізі макроекономічних процесів. Назва системи походить від імені М.В. Михалевича, який ініціював її розробку та заклав теоретичні основи: MiSTC – Michalevich Structural and Technological Changes. Розробниками системи також стали П.І. Стецюк, Л.Б. Кошлай, А.В. Пилиповський і А.Ю. Видил. Коротку характеристику результатів втілення програми MULSTR та системи MiSTC можна знайти у [21].

Тестові розрахунки для розширених оптимізаційних задач

В межах даного дослідження для знаходження оптимальних розв'язків задач (19), (20) з обмеженнями (21) – (27) при заданих вхідних даних, описаних далі, було використано програмне забезпечення для обчислення локальних та глобальних оптимумів у задачах нелінійного програмування. Приклади таких програм це солвери SNOPT та BARON [22]. Сучасні версії SNOPT 7.5-1.2 та BARON 24.5.8 доступні на платформі NEOS [23]. Використовуючи мову моделювання AMPL (A Modeling Language for Mathematical Programming) [24], було розроблено опис математичних моделей для вищенаведених задач. Наведемо тестову реалізацію задачі, що розглядається.

Вхідні данні:

Кількість галузей дорівнює семи, таким чином розглядаємо вхідну матрицю прямих витрат розміром 7x7 та вектор частки оплати праці у ціні продукції з наступними вхідними значеннями:

$$A = \begin{bmatrix} 0.337 & 0.139 & 0.215 & 0.127 & 0.146 & 0.112 & 0.196 \\ 0.023 & 0.251 & 0.179 & 0.089 & 0.019 & 0.131 & 0.005 \\ 0.163 & 0.176 & 0.191 & 0.097 & 0.103 & 0.095 & 0.087 \\ 0.012 & 0.009 & 0.157 & 0.031 & 0.029 & 0.026 & 0.094 \\ 0.009 & 0.01 & 0.008 & 0.226 & 0.107 & 0.006 & 0.0071 \\ 0.153 & 0.121 & 0.099 & 0.031 & 0.025 & 0.019 & 0.033 \\ 0.161 & 0.193 & 0.103 & 0.101 & 0.095 & 0.087 & 0.091 \end{bmatrix}, \qquad q = \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.02 \\ 0.01 \\ 0.08 \\ 0.09 \\ 0.12 \\ 0.14 \end{bmatrix}.$$

Також згідно з обмеженнями (15) на нижні та верхні значення меж зміни коефіцієнтів прямих витрат використовуються матриці:

$$\underline{\Delta a_{ij}} = \begin{bmatrix} -0.1685 & -0.0695 & -0.1075 & -0.0635 & -0.073 & -0.056 & -0.098 \\ -0.0115 & -0.1255 & -0.0895 & -0.0445 & -0.0095 & -0.0655 & -0.0025 \\ -0.0815 & -0.088 & -0.0955 & -0.0485 & -0.0515 & -0.0475 & -0.0435 \\ -0.006 & -0.0045 & -0.0785 & -0.0155 & -0.0145 & -0.013 & -0.047 \\ -0.0045 & -0.005 & -0.004 & -0.113 & -0.0535 & -0.003 & -0.0036 \\ -0.0765 & -0.0605 & -0.0495 & -0.0155 & -0.0125 & -0.0095 & -0.0165 \\ -0.0805 & -0.0965 & -0.0515 & -0.0505 & -0.04755 & -0.0435 & -0.0455 \end{bmatrix},$$

$$\overline{\Delta a_{ij}} = \begin{bmatrix} 0.1685 & 0.0695 & 0.1075 & 0.0635 & 0.073 & 0.056 & 0.098 \\ 0.0115 & 0.1255 & 0.0895 & 0.0445 & 0.0095 & 0.0655 & 0.0025 \\ 0.0815 & 0.088 & 0.0955 & 0.0485 & 0.0515 & 0.0475 & 0.0435 \\ 0.006 & 0.0045 & 0.0785 & 0.0155 & 0.0145 & 0.013 & 0.047 \\ 0.0045 & 0.005 & 0.004 & 0.113 & 0.0535 & 0.003 & 0.0036 \\ 0.0765 & 0.0605 & 0.0495 & 0.0155 & 0.0125 & 0.0095 & 0.0165 \\ 0.0805 & 0.0965 & 0.0515 & 0.0505 & 0.04755 & 0.0435 & 0.0455 \end{bmatrix}$$

та згідно з обмеженням (16) на нижні та верхні значення меж зміни коефіцієнтів частки оплати праці використовуються вектори:

$$\underline{\Delta q_i} = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.9 \\ 0.9 \\ 0.9 \\ 0.9 \\ 0.88 \\ 0.86 \end{bmatrix} \quad \text{та} \quad \overline{\Delta q_i} = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{bmatrix}, \quad \text{де } i,j = \overline{1,7}.$$

Елементи вектора мультиплікатора витрат на оплату праці приймають значення l = (1.320, 1.000, 1.375, 1.375, 1.375, 1.375, 1.375), вектор частки інших складових доданої вартості дорівнює d = (0.01,0.05,0.01,0.05,0.10,0.10,0.15); вектор, який описує структуру індивідуального споживання α = (0.15,0.05,0.05,0.15,0.20,0.20,0.20), а структура колективного споживання, яке не залежить від індивідуального споживання – h = (0.1,0.2,0.2,0.1,0.05,0.05,0.3). Кількість ресурсів, що використовуються для структурно-технологічних змін дорівнює 1, і загальна кількість цього ресурсу B_1 = 3.5 , а матриця коефіцієнтів питомих витрат задається елементами

$$\mathrm{B} = \{b_{ij}\}^{nn} = \begin{bmatrix} 3.00 & 3.00 & 3.00 & 1.00 & 1.00 & 2.00 & 0.50 \\ 3.00 & 3.00 & 3.00 & 1.00 & 1.00 & 2.00 & 0.50 \\ 3.00 & 3.00 & 3.00 & 1.00 & 1.00 & 2.00 & 0.50 \\ 3.00 & 3.00 & 3.00 & 1.00 & 1.00 & 2.00 & 0.50 \\ 3.00 & 3.00 & 3.00 & 1.00 & 1.00 & 2.00 & 0.50 \\ 3.00 & 3.00 & 3.00 & 1.00 & 1.00 & 2.00 & 0.50 \\ 3.00 & 3.00 & 3.00 & 1.00 & 1.00 & 2.00 & 0.50 \end{bmatrix}.$$

Як вищесказано, для знаходження оптимальних розв’язків було використано солвери SNOPT та BARON. Солвер SNOPT використовувався для пошуку локальних розв'язків у задачах нелінійного програмування, а солвер BARON для глобальних розв'язків. Так як солвер BARON не підтримує операцію max, то задачі (19), (20) з обмеженнями (21) – (27) були модифіковані: додано нову змінну $\bar{y}_{ij},\ \ i,j = \overline{1,n}$, а обмеження (27) було замінено на обмеження

$$\bar{y}_{ij}, \geq 0 \ \ i,j = \overline{1,n}, \tag{27'}$$

$$\bar{y}_{ij}, \geq -\Delta a_{ij} \;\; i,j = \overline{1,n}, \qquad (27'')$$

$$\sum\nolimits_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} b_{kij}\, \bar{y}_{ij} \;\leq B_k, \quad k = \overline{1,K}. \qquad (27''')$$

В додатках Б і В наведено протоколи розв’язання солвером SNOPT обох задач для знаходження оптимальних значень структурно-технологічних змін для максимізації сукупного доходу та мультиплікатору «приріст доходів–приріст виробництва» без додаткового інфляційного тиску в розширених оптимізаційних задач планування структурно-технологічних змін (19), (20) з обмеженнями (21) – (27).

Як бачимо з результатів обчислень оптимальне значення сукупного доходу споживачів при зазначених вхідних даних дорівнює 41.24422196, а значення мультиплікатору «приріст доходів–приріст виробництва» дорівнює 0.9784066118 при таких допустимих коливаннях у матриці коефіцієнтів прямих витрат та коливаннях вектора долі оплати праці у ціні продукції як:

$$\Delta \mathrm{A} = \begin{bmatrix} -0.0272 & 0.04154 & 0.03265 & -0.0031 & -0.0730 & -0.0560 & -0.0980 \\ -0.0115 & -0.1255 & -0.0895 & 0.0445 & 0.0095 & -0.0655 & -0.0025 \\ -0.0815 & -0.0880 & -0.0955 & -0.0485 & -0.0515 & -0.0475 & -0.0435 \\ -0.0060 & -0.0007 & 0.02756 & 0.0155 & -0.0145 & -0.0130 & -0.0470 \\ 0.0045 & 0.0050 & 0.0040 & 0.1130 & 0.0535 & 0.003 & 0.0036 \\ 0.0765 & 0.0605 & 0.0495 & 0.0155 & 0.0125 & 0.0095 & 0.0165 \\ 0.0805 & 0.0965 & 0.0515 & 0.0505 & 0.0475 & 0.0435 & 0.0455 \end{bmatrix} \text{ та } \Delta q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.1963 \\ 0.2677 \\ 0.1866 \end{bmatrix}.$$

В додатках Г і Д наведено протоколи розв’язання солвером BARON задач (19), (20) з обмеженнями (21) – (27'''). Як бачимо з результатів обчислень для обох задач солвер BARON знайшов глобальний розв’язок для цільових функцій сукупного доходу та мультиплікатору «приріст доходів-приріст виробництва», що співпав з локальним розв’язком, який було знайдено солвером SNOPT для задач (19) – (20) з обмеженнями (21) – (27) при таких допустимих коливаннях у матриці коефіцієнтів прямих витрат та коливаннях вектора долі оплати праці у ціні продукції як

$$\Delta \mathrm{A} = \begin{bmatrix} -0.0272105 & 0.0409084 & 0.0278658 & -0.003175 & -0.0730 & -0.0560 & -0.0980 \\ -0.0115 & -0.1255 & -0.0895 & -0.0445 & -0.0095 & -0.0655 & -0.0025 \\ -0.0815 & -0.0880 & -0.0955 & -0.0485 & -0.0515 & -0.0475 & -0.0435 \\ -0.0060 & 0.0007 & 0.02756 & 0.0155 & -0.0145 & -0.0130 & -0.0470 \\ 0.0045 & 0.0050 & 0.0040 & 0.1130 & 0.0535 & 0.003 & 0.0036 \\ 0.0765 & 0.0605 & 0.0495 & 0.0155 & 0.0125 & 0.0095 & 0.0165 \\ 0.0805 & 0.0965 & 0.0515 & 0.0505 & 0.0475 & 0.0435 & 0.0455 \end{bmatrix} \text{ та}$$

$$\Delta q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.1963 \\ 0.2677 \\ 0.1866 \end{bmatrix}.$$

Висновки. Оптимізаційна модифікація класичної моделі «витрати-випуск», запропонована М.В. Михалевичем, враховує структурно-технологічні зрушення та забезпечує максимізацію сукупного доходу споживачів або мультиплікатору «приріст доходів–приріст виробництва» без додаткового інфляційного тиску, що дозволяє ефективно планувати міжгалузеві пропорції в економиці. Розглянуті міжгалузеві моделі планування структурно-технологічних змін привели до досить складних оптимізаційних задач з неопуклими цільовими функціями і нелінійними обмеженнями. Система алгебраїчного моделювання AMPL (A Modeling Language for Mathematical

Programming) це ефективний інструмент розв'зання таких моделей, що підтверджується тестовими розрахунками із застосуванням солверів SNOPT та BARON на сервері NEOS.

Таким чином, модифікована модель М.В. Михалевича – потужний інструмент для стратегічного міжгалузевого планування та її впровадження разом з відповідними програмними засобами може мати практичне значення для розробки ефективної економічної політики з орієнтацією на стабільне зростання.

ДОДАТОК А. AMPL-реалізація моделі (19) з обмеженнями (21) – (27) для вхідних даних тестового прикладу

```
reset;
#    parameters and variables

#Кількість галузей
param n := 7;
#Кількість ресурсів
param K := 1;
#Інфляційний параметр
param beta := 0.95;
param A{i in 1..n,j in 1..n} ;
param deltaA_low{i in 1..n,j in 1..n} ;
param deltaA_up{i in 1..n,j in 1..n} ;
param q{i in 1..n} ;
param deltaq_low{i in 1..n} ;
param deltaq_up{i in 1..n} ;
param h{i in 1..n} ;
param alpha{i in 1..n} ;
param l{i in 1..n} ;
param d{i in 1..n} ;
#Вектор наявних ресурсів (B)
param B default 3.5;
param B1{i in 1..n,j in 1..n} ;
#    variables
var deltaA {i in 1..n, j in 1..n};
var deltaq {i in 1..n};
var z{i in 1..n};
var y{i in 1..n,j in 1..n};
#  objectives
maximize obj2430: (sum {j in 1..n} z[j]*h[j])/(1-sum {j in 1..n} z[j]*alpha[j]);
# constraints
subject to con2431 {j in 1..n}: z[j] - sum{i in 1..n}(A[j,i]+deltaA[j,i]) =
q[j]+deltaq[j];
subject to con2432 {j in 1..n}:
beta*(A[j,j]+deltaA[j,j])+beta*(l[j]*(q[j]+deltaq[j])+d[j])+sum {i in
1..n:i<>j}(A[i,j]+deltaA[i,j]) <= beta;
subject to con2433 {j in 1..n}: (A[j,j]+deltaA[j,j])+(l[j]*(q[j]+deltaq[j])+d[j]) <=
1;
subject to con2416 : sum{j in 1..n}sum{i in 1..n}(B1[i,j]*max(0,-deltaA[i,j])) <= B;
subject to con2435q_low {i in 1..n}:  deltaq[i] >= deltaq_low[i];
subject to con2435q_up  {i in 1..n}:  deltaq[i] <= deltaq_up[i];
subject to con2435A_low {i in 1..n,j in 1..n}:  deltaA[i,j] >= deltaA_low[i,j];
```

```
subject to con2435A_up  {i in 1..n,j in 1..n}:  deltaA[i,j] <= deltaA_up[i,j];

option solver snopt;
#option solver baron;
option baron_options 'barstats outlev=1 maxtime=3600';
#    prepare the Data
data;

#Матриця коефіцієнтів прямих витрат (A)
param A:        1       2      3     4      5     6      7     :=
1             0.337  0.139  0.215  0.127  0.146  0.112  0.196
2             0.023  0.251  0.179  0.089  0.019  0.131  0.005
3             0.163  0.176  0.191  0.097  0.103  0.095  0.087
4             0.012  0.009  0.157  0.031  0.029  0.026  0.094
5             0.009  0.01   0.008  0.226  0.107  0.006  0.0071
6             0.153  0.121  0.099  0.031  0.025  0.019  0.033
7             0.161  0.193  0.103  0.101  0.095  0.087  0.091
;
#Нижня межа зміни коефіцієнтів прямих витрат deltaA

param deltaA_low:
      1            2            3            4         5          6        7 :=
1      -0.1685  -0.0695   -0.1075     -0.0635   -0.073     -0.056  -0.098
2      -0.0115  -0.1255   -0.0895     -0.0445   -0.0095    -0.0655   -0.0025
3      -0.0815  -0.088    -0.0955     -0.0485   -0.0515  -0.0475    -0.0435
4      -0.006   -0.0045   -0.0785     -0.0155    -0.0145  -0.013     -0.047
5      -0.0045  -0.005      -0.004      -0.113     -0.0535  -0.003  -0.0036
6      -0.0765  -0.0605  -0.0495      -0.0155    -0.0125  -0.0095   -0.0165
7      -0.0805  -0.0965  -0.0515      -0.0505    -0.0475  -0.0435   -0.0455
;

#Верхня межа зміни коефіцієнтів прямих витрат deltaA
param deltaA_up:
         1       2       3       4       5      6      7    :=
1      0.1685  0.0695 0.1075  0.0635  0.073  0.056  0.098
2      0.0115  0.1255 0.0895  0.0445  0.0095 0.0655 0.0025
3      0.0815  0.088  0.0955  0.0485  0.0515 0.0475 0.0435
4      0.006   0.0045 0.0785  0.0155  0.0145 0.013  0.047
5      0.0045  0.005  0.004   0.113   0.0535 0.003  0.0036
6      0.0765  0.0605 0.0495  0.0155  0.0125 0.0095 0.0165
7      0.0805  0.0965 0.0515  0.0505  0.0475 0.0435 0.0455
;
#Вектор частки оплати праці (q)
param  q :=
1   0.05
2   0.02
3   0.01
4   0.08
5   0.09
6   0.12
7   0.14
;
```

```
#Нижня межа частки оплати праці (deltaq)
param  deltaq_low :=
1      0.
2      0.
3      0.
4      0.
5      0.
6      0.
7      0.
;
#Верхня  межа частки оплати праці (deltaq)
param  deltaq_up :=
1      0.9
2      0.9
3      0.9
4      0.9
5      0.9
6      0.88
7      0.86
;
#Вектор наявних ресурсів (B)
#param B := 3.5
#;
#Матриця витрат ресурсів (Bk)
param B1:
       1      2      3      4      5      6      7    :=
1      3      3      3      1      1      2      0.5
2      3      3      3      1      1      2      0.5
3      3      3      3      1      1      2      0.5
4      3      3      3      1      1      2      0.5
5      3      3      3      1      1      2      0.5
6      3      3      3      1      1      2      0.5
7      3      3      3      1      1      2      0.5
;
#Вектор структури суспільного споживання (h)
param  h :=
1      0.1
2      0.2
3      0.2
4      0.1
5      0.05
6      0.05
7      0.3
;
#Вектор структури індивідуального споживання (alpha)
param  alpha :=
1      0.15
2      0.05
3      0.05
4      0.15
5      0.2
6      0.2
7      0.2
;
```

```
#Вектор мультиплікатора витрат на оплату праці (l)
param  l :=
1      1.32
2      1
3      1.375
4      1.375
5      1.375
6      1.375
7      1.375
;
#Вектор частки інших складових у вартості продукції (d)
param  d :=
1      0.01
2      0.05
3      0.01
4      0.05
5      0.1
6      0.1
7      0.15
;
for {i in 1..n}{
for {j in 1..n}{
   let deltaA[i,j] := 0;
}
}

for {i in 1..n}{
       let deltaq[i] := 0;
       }

for {i in 1..n}{
       let z[i] := 0;
       }
display obj2430;
display deltaA ;
display deltaq ;
display z;
display B;
display sum{j in 1..n}sum{i in 1..n}(B1[i,j]*max(0,-deltaA[i,j])) ;

solve;

display obj2430;
display deltaA ;
display deltaq ;
display z;
display y;
display sum{j in 1..n}sum{i in 1..n}(B1[i,j]*y[i,j]);
display B;
display sum{j in 1..n}sum{i in 1..n}(B1[i,j]*max(0,-deltaA[i,j])) ;
display {i in 1..n, j in 1..n} max(0,-deltaA[i,j]);
```

ДОДАТОК Б. Протокол роботи програми SNOPT 7.6-1. для розширеної оптимізаційної задачі (19) з обмеженнями (21) – (27)

```
NEOS Server Version 6.0
   Job#     : 17638597
   Password : DmqCbvtB
   User     :
   Solver   : nco:SNOPT:AMPL
   Start    : 2025-09-22 04:55:30
   End      : 2025-09-22 04:55:43
   Host     : prod-sub-1.neos-server.org

   Disclaimer:

   This information is provided without any express or
   implied warranty. In particular, there is no warranty
   of any kind concerning the fitness of this
   information for any particular purpose.

   Announcements:
*************************************************************
The license for this AMPL processor will expire in 8.6 days.
ptions...
Executing AMPL.
processing data.
processing commands.
Executing on prod-exec-6.neos-server.org

Presolve eliminates 118 constraints.
Adjusted problem:
63 variables:
       56 nonlinear variables
       7 linear variables
16 constraints; 170 nonzeros
       1 nonlinear constraint
       15 linear constraints
       7 equality constraints
       9 inequality constraints
1 nonlinear objective; 7 nonzeros.

SNOPT 7.6.1 : Optimal solution found.
131 iterations, objective 41.24422196
Nonlin evals: obj = 7, grad = 6, constrs = 7, Jac = 6.
obj2430 = 41.2442

deltaA [*,*]
:       1             2             3             4           5          6        :=
1   -0.0272105    0.0409084     0.0278658    -0.003175   -0.073     -0.056
2   -0.0115      -0.1255       -0.0895       -0.0445     -0.0095    -0.0655
3   -0.0815      -0.088        -0.0955       -0.0485     -0.0515    -0.0475
```

```
4   -0.006        0.00136659    0.0323467    0.0155      -0.0145   -0.013
5    0.0045       0.005         0.004        0.113        0.0535    0.003
6    0.0765       0.0605        0.0495       0.0155       0.0125    0.0095
7    0.0805       0.0965        0.0515       0.0505       0.0475    0.0435

:      7       :=
1   -0.098
2   -0.0025
3   -0.0435
4   -0.047
5    0.0036
6    0.0165
7    0.0455
;

deltaq [*] :=
1  0
2  0
3  0
4  0
5  0.196335
6  0.267694
7  0.186603
;

z [*] :=
1  1.13339
2  0.3685
3  0.466
4  0.406713
5  0.846035
6  1.10919
7  1.5731
;
```

ДОДАТОК В. Протокол роботи програми SNOPT 7.6-1. для розширеної оптимізаційної задачі (20) з обмеженнями (21) – (27)

```
NEOS Server Version 6.0
   Job#     : 17638601
   Password : WQGgfdiz
   User     :
   Solver   : nco:SNOPT:AMPL
   Start    : 2025-09-22 05:04:34
   End      : 2025-09-22 05:04:35
   Host     : prod-sub-1.neos-server.org

   Disclaimer:

   This information is provided without any express or
   implied warranty. In particular, there is no warranty
   of any kind concerning the fitness of this
   information for any particular purpose.
```

```
   Announcements:
************************************************************
The license for this AMPL processor will expire in 8.6 days.
ptions...
Executing AMPL.
processing data.
processing commands.
Executing on prod-exec-6.neos-server.org

Presolve eliminates 118 constraints.
Adjusted problem:
63 variables:
       49 nonlinear variables
       14 linear variables
16 constraints; 170 nonzeros
       1 nonlinear constraint
       15 linear constraints
       7 equality constraints
       9 inequality constraints
1 linear objective; 7 nonzeros.

SNOPT 7.6.1 : Optimal solution found.
95 iterations, objective 0.9784066118
Nonlin evals: constrs = 11, Jac = 10.
obj2436 = 0.978407

deltaA [*,*]
:       1            2            3            4           5         6        :=
1   -0.0272105    0.0402754    0.0301062   -0.003175   -0.073    -0.056
2   -0.0115      -0.1255      -0.0895      -0.0445     -0.0095   -0.0655
3   -0.0815      -0.088       -0.0955      -0.0485     -0.0515   -0.0475
4   -0.006        0.0019996    0.0301062    0.0155     -0.0145   -0.013
5    0.0045       0.005        0.004        0.113       0.0535    0.003
6    0.0765       0.0605       0.0495       0.0155      0.0125    0.0095
7    0.0805       0.0965       0.0515       0.0505      0.0475    0.0435
:      7       :=
1   -0.098
2   -0.0025
3   -0.0435
4   -0.047
5    0.0036
6    0.0165
7    0.0455
;
deltaq [*] :=
1  0
2  0
3  0
4  0
5  0.196335
6  0.267694
7  0.186603
;
```

```
z [*] :=
1  1.135
2  0.3685
3  0.466
4  0.405106
5  0.846035
6  1.10919
7  1.5731
;
```

ДОДАТОК Д. Протокол роботи програми BARON 24.5.8 для розширеної оптимізаційної задачі (19) з обмеженнями (21) – (27''')

```
*************************************************************

   NEOS Server Version 6.0
   Job#     : 17649001
   Password : HmcAdKxV
   User     :
   Solver   : go:BARON:AMPL
   Start    : 2025-09-23 06:41:43
   End      : 2025-09-23 06:41:52
   Host     : prod-sub-1.neos-server.org

   Disclaimer:

   This information is provided without any express or
   implied warranty. In particular, there is no warranty
   of any kind concerning the fitness of this
   information for any particular purpose.

   Announcements:
*************************************************************
The license for this AMPL processor will expire in 7.5 days.
The license for this solver will expire in 7.5 days.
 commands.
Executing on prod-exec-6.neos-server.org

Presolve eliminates 167 constraints.
Adjusted problem:
112 variables:
       7 nonlinear variables
       105 linear variables
65 constraints, all linear; 268 nonzeros
       7 equality constraints
       58 inequality constraints
1 nonlinear objective; 7 nonzeros.

BARON 24.5.8 (2024.05.08): threads=4
barstats
outlev=1
maxtime=3600
===========================================================================
 BARON version 24.12.21. Built: LNX-64 Sat Dec 21 23:17:18 EST 2024
 Running on machine prod-exec-6.neos-server.org
```

```
 BARON is a product of The Optimization Firm.
 For information on BARON, see https://minlp.com/about-baron

 If you publish work using this software, please cite publications from
 https://minlp.com/baron-publications, such as:

 Zhang, Y. and N. V. Sahinidis, Solving continuous and discrete
 nonlinear programs with BARON, Comput Optim Appl (2024).
 https://doi.org/10.1007/s10589-024-00633-0
===========================================================================
 This BARON run may utilize the following subsolver(s)
 For LP/MIP/QP: CLP/CBC
 For NLP: IPOPT, FILTERSQP
===========================================================================
 Doing local search
 Preprocessing found feasible solution with value 41.2442
 Solving bounding LP
 Starting multi-start local search
 Done with local search
===========================================================================
  Iteration       Time (s)     Mem   Lower bound     Upper bound   Progress
          1           0.10    12MB     41.2442         41.2442      100.00%

                        *** Normal completion ***

 Wall clock time:                    0.10
 Total CPU time used:                0.10
 Total no. of BaR iterations:      1
 Best solution found at node:     -1
 Max. no. of nodes in memory:      1

 All done
===========================================================================
BARON 24.5.8 (2024.05.08): 1 iterations, optimal within tolerances.
Objective 41.2442227
Objective lower bound = 41.244222697546924, upper bound = 41.244222697546924
barstatus = 1, modelstatus = 1
max nodes in memory = 1
optimum found at node -1
Baron run time (excluding setup) = 0.1 seconds
obj2430 = 41.2442

deltaA [*,*]
:       1             2             3            4          5         6      :=
1   -0.0272105    0.0415436      0.0326518   -0.003175   -0.073    -0.056
2   -0.0115      -0.1255        -0.0895      -0.0445     -0.0095   -0.0655
3   -0.0815      -0.088         -0.0955      -0.0485     -0.0515   -0.0475
4   -0.006        0.000731432    0.0275607    0.0155     -0.0145   -0.013
5    0.0045       0.005          0.004        0.113       0.0535    0.003
6    0.0765       0.0605         0.0495       0.0155      0.0125    0.0095
7    0.0805       0.0965         0.0515       0.0505      0.0475    0.0435
```

```
:       7       :=
1   -0.098
2   -0.0025
3   -0.0435
4   -0.047
5    0.0036
6    0.0165
7    0.0455
;

deltaq [*] :=
1  0
2  0
3  0
4  0
5  0.196335
6  0.267694
7  0.186603
;

z [*] :=
1  1.13881
2  0.3685
3  0.466
4  0.401292
5  0.846035
6  1.10919
7  1.5731
;

y [*,*]
:       1            2            3            4           5           6      :=
1   0.0332694    0.00668648   0.00692223   0.0372229   0.0944959   0.0640954
2   0.0198669    0.131622     0.095719     0.0682709   0.040939    0.0753516
3   0.0877502    0.0942103    0.101694     0.0717777   0.0745084   0.0577791
4   0.0156276    0.0115036    0.00704367   0.0294405   0.044215    0.0261801
5   0.010011     0.00985045   0.0101814    0.0200648   0.0228135   0.0164084
6   0.00627014   0.00638493   0.00649509   0.0293799   0.030418    0.0141952
7   0.00625689   0.00619593   0.00647595   0.0231204   0.023418    0.0104266

:        7        :=
1   0.144743
2   0.0726225
3   0.0988079
4   0.101544
5   0.0694588
6   0.0640367
7   0.0550731
;

sum{j in 1 .. n} sum{i in 1 .. n} B1[i,j]*y[i,j] = 3.48221

B = 3.5

NEOS Server Home
```

ДОДАТОК Г. Протокол роботи програми BARON 24.5.8 для розширеної оптимізаційної задачі (20) з обмеженнями (21) – (27''')

```
************************************************************

   NEOS Server Version 6.0
   Job#     : 17648927
   Password : mtSnlCcy
   User     :
   Solver   : go:BARON:AMPL
   Start    : 2025-09-23 06:28:19
   End      : 2025-09-23 06:28:34
   Host     : prod-sub-1.neos-server.org

   Disclaimer:

   This information is provided without any express or
   implied warranty. In particular, there is no warranty
   of any kind concerning the fitness of this
   information for any particular purpose.

   Announcements:
*************************************************************
The license for this AMPL processor will expire in 7.5 days.
The license for this solver will expire in 7.5 days.
 commands.
Executing on prod-exec-7.neos-server.org

Presolve eliminates 167 constraints.
Adjusted problem:
112 variables, all linear
65 constraints, all linear; 268 nonzeros
      7 equality constraints
      58 inequality constraints
1 linear objective; 7 nonzeros.

BARON 24.5.8 (2024.05.08): threads=4
barstats
outlev=1
maxtime=3600
===========================================================================
 BARON version 24.12.21. Built: LNX-64 Sat Dec 21 23:17:18 EST 2024
 Running on machine prod-exec-7.neos-server.org

 BARON is a product of The Optimization Firm.
 For information on BARON, see https://minlp.com/about-baron

 If you publish work using this software, please cite publications from
 https://minlp.com/baron-publications, such as:

 Zhang, Y., N. Ploskas, and N. V. Sahinidis,
 A novel linear programming presolve technique based on Fourier-Motzkin
 elimination, Mathematical Programming Computation, submitted, 2024.
```

```
===========================================================================
 This BARON run may utilize the following subsolver(s)
 For LP/MIP/QP: CLP/CBC
 For NLP: IPOPT, FILTERSQP
===========================================================================
 Solving bounding LP
 Preprocessing found feasible solution with value 0.978407
 Problem solved during preprocessing
 Upper bound is   0.978407

                         *** Normal completion ***

 Wall clock time:                     0.01
 Total CPU time used:                 0.01

 Total no. of BaR iterations:      -1
 Best solution found at node:      -1
 Max. no. of nodes in memory:       0

 All done
===========================================================================
BARON 24.5.8 (2024.05.08): 0 iterations, optimal within tolerances.
Objective 0.9784066118
Objective lower bound = 0.978406611842105, upper bound = 0.9784066118421052
barstatus = 1, modelstatus = 1
max nodes in memory = 0
optimum found at node -1
Baron run time (excluding setup) = 0 seconds
obj2436 = 0.978407
deltaA [*,*]
:       1            2           3            4          5         6        :=
1   -0.0272105    0.037775    0            -0.003175   -0.073    -0.056
2   -0.0115      -0.1255     -0.0895      -0.0445     -0.0095   -0.0655
3   -0.0815      -0.088      -0.0955      -0.0485     -0.0515   -0.0475
4   -0.006        0.0045      0.0602125    0.0155     -0.0145   -0.013
5    0.0045       0.005       0.004        0.113       0.0535    0.003
6    0.0765       0.0605      0.0495       0.0155      0.0125    0.0095
7    0.0805       0.0965      0.0515       0.0505      0.0475    0.0435

:      7       :=
1   -0.098
2   -0.0025
3   -0.0435
4   -0.047
5    0.0036
6    0.0165
7    0.0455
;

deltaq [*] :=
1  0
2  0
```

```
3  0
4  0
5  0.196335
6  0.267694
7  0.186603
;

z [*] :=
1  1.10239
2  0.3685
3  0.466
4  0.437712
5  0.846035
6  1.10919
7  1.5731
;

y [*,*]
:      1          2         3         4          5         6         7        :=
1   0.0272105   0         0         0.003175   0.073     0.056     0.098
2   0.0115      0.1255    0.0895    0.0445     0.0095    0.0655    0.0025
3   0.0815      0.088     0.0955    0.0485     0.0515    0.0475    0.0435
4   0.006       0         0         0          0.0145    0.013     0.047
5   0           0         0         0          0         0         0
6   0           0         0         0          0         0         0
7   0           0         0         0          0         0         0
;

sum{j in 1 .. n} sum{i in 1 .. n} B1[i,j]*y[i,j] = 2.27831

B = 3.5

NEOS Server Home
```

Авторські внески: Воловик О.І. – дослідження, опис моделі, аналіз моделі, узагальнення, написання, редагування, оформлення. Лиховид О.П. – програмне забезпечення, розрахунки, написання чернетки.

Подяки. Робота виконана за підтримки проєкту Договір № 2.3.25-П "Розробити математичні моделі, методи та програмні засоби мінімізації ризиків для об’єктів критичної інфраструктури"

Список літератури

1. Глушков В. Макроэкономические модели и методы построения ОГАС. М.: Статистика, 1975. 160 с.
2. Глушков В. ДИСПЛАН – новая технология планироваия. *Управляющие системы и машины*. 1980. № 6. С. 5–10.
3. Sergienko I., Mikhalevich M., Stetsyuk P. et al. Interindustry model of planned technological–structural changes. *Cybern Syst Anal*. 1998. Vol. 34. P. 319–330. https://doi.org/10.1007/BF02666973
4. Sergienko I.V., Mikhalevich M.V., Koshlai L.B. Otimization Models in a Transition Economy. *Springer Optimization and its Application*. 2014. https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7544-7
5. Сергиенко И.В., Михалевич М.В., Стецюк П.И., Кошлай Л.Б. Модели и информационные технологии для поддержки принятия решений при проведении структурно-технологических преобразований. *Кибернетика и ситемный анализ*. 2009. № 2. С. 26–49.

6. Кулик В.В., Стецюк П.І. Спектральні властивості агрегованої моделі «витрати-випуск» економіки України. *Proc. 7th Intern. Sci. Conf. "Mathematical Modeling, Optimization and Information Technology" (15–19 November, 2021)*. Kyiv; Batumi: Evrika, 2021. P. 238–242.
7. Стецюк П.І., Березовський О.А., Лиховид О.П. Математичні моделі, методи та програмне забезпечення для планування міжгалузевих структурно-технологічних змін. В книзі *Методи негладкої оптимізації в прикладних задачах.* Київ: Лазурит Поліграф, 2023. С. 168–205.
8. Кулик В. Аналіз галузевої структури економік Японії та України в рамках агрегованих моделей «витрати-випуск». *Наукові праці НДФІ*. 2020. № 3. С. 109–127. https://doi.org/10.33763/npndfi2020.03.109
9. Кулик В. Схема «витрати-випуск» Японії: застосування для системного аналізу та моделювання міжгалузевих зв'язків економіки України. *Фінанси України*. 2022. С. 53–75. https://doi.org/10.33763/finukr2022.03.053
10. Кулик В. Моделювання міжгалузевої економіки як критичної інфраструктури: розроблення сценаріїв розвитку економіки України в умовах війни та післявоєнного відновлення. *Кібернетика і системний аналіз*. 2023. № 6. С. 116–136.
11. Кулик В. Експрес-аналіз міжгалузевих зв'язків економіки Японії: агрегування, оцінювання, якісні характеристики. *Економіка України*. 2025. Т. 68, № 4. С. 7–31. https://doi.org/10.15407/economyukr.2025.04.007
12. Архангельський Ю.С., Коваленко І.І. Основи моделювання міжгалузевих зв'язків. Київ: РВУ КІЕМБС, 1998.
13. Ляшенко І.М. Економіко-математичні методи і моделі сталого розвитку. Київ: Вища шк., 1999. 236 с.
14. Ляшенко О.І. Міжгалузеві балансові моделі багатоукладної економіки. *Проблеми економіки*. 2013. № 2. С. 226–229. https://www.problecon.com/export_pdf/ problems-of-economy-2013-2_0-pages-226_229.pdf
15. Leontief W. The Economy as a Circular Flow. *Structural Change ad Economic Dynamics*. 1991. Vol. 2, Iss. 1. 1991. P. 181–212. https://doi.org/10.1016/0954-349X(91)90012-H
16. Leontief W.W. Quantitative Input and Output Relations in the Economic Systems of the United States. *The Review of Economics and Statistics*. 1936. 18. P. 105–125. https://doi.org/10.2307/1927837
17. Leontief W.W. Interrelation of Prices, Output, Savings and Investment: A Study in Empirical Application of Economic Theory of General Interdependence. *The Review of Economics and Statistics*. 1937. **19** (3). P. 109–132. https://doi.org/10.2307/1927343. JSTOR 1927343
18. Leontief W. The Structure of American Economy, 1919-1929: An Empirical Application of Equilibrium Analysis. Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1941.
19. Boulding K.E. The Structure of American Economy, 1919-1929: An Empirical Application of Equilibrium Analysis. By Wassily W. Leontief. Cambridge, Mass.: Harvard University Press. 1941. *Canadian Journal of Economics and Political Science*. 1942. **8** (1). P. 124–126. https://doi.org/10.2307/137008
20. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. Киев: Наук. думка, 1979. 199 с.
21. Бардадым Т.А., Пилиповский А.В. Система MiSTC для решения оптимизационных задач межотраслевого планирования структурно-технологических изменений. *Материалы VI Международной конференции «Математическое моделирование , оптимизация и информационные технологии»,* г. Кишинеу, Республика Молдова, 25-28 марта 2014 г. Кишинеу: Эврика, 2014. Т. 2. С. 31–40.
22. Zhang Y., Sahinidis N.V. Solving continuous and discrete nonlinear programs with BARON. *Comput Optim Appl*. 2024. https://doi.org/10.1007/s10589-024-00633-0
23. Czyzyk J., Mesnier M.P., Moré J.J. The NEOS Server. *IEEE Journal on Computational Science and Engineering.* 1998. **5** (3). P. 68–75. https://doi.org/10.1109/99.714603
24. Fourer R., Gay D.M., Kernighan B.W. AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming. Duxbury Press, 2002. ISBN 978-0534388096.

Одержано 29.08.2025

Воловик Олена Іванівна,
аспірантка
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ,
https://orcid.org/0000-0001-7718-8732
elenavolovyk@ukr.net

Лиховид Олексій Петрович,
науковий співробітник
Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ.
o.lykhovyd@gmail.com

UDC 519.8

Olena Volovyk *, Oleksii Lykhovyd *

AMPL-Implementation for Models of Structural and Technological Changes

V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine, Kyiv
* *Correspondence: elenavolovyk@ukr.net, o.lykhovyd@gmail.com*

Introduction. In the 1920s and 1930s, economically developed countries were engulfed in a period of global economic instability characterized by declining industrial production, widespread unemployment, overproduction, falling prices, and other challenges. This turmoil underscored the urgent need for state regulation of economic processes occurring within their territories. During this period, various mechanisms of influence – both administrative and economic – were devised and implemented to steer economic activity. Among these regulatory models was W. Leontief's pioneering "input-output" model, which provided a comprehensive description of the economy of an entire country or individual regions. For this groundbreaking work, Leontief was awarded the Nobel Prize in Economics in 1973. Our scientists, including those affiliated with the Institute of Cybernetics, made significant contributions to advancing and applying the theory of inter-industry balance. Notably, M.V. Mikhalevich focused extensively on studying and developing Leontief's inverse models. These inverse models play a crucial role in production planning by determining the necessary gross output to meet a specified aggregated demand. They also facilitate the analysis of how changes in production technology affect output volumes. Overall, the inverse models serve as a key instrument in inter-sectoral balance by linking final demand to gross production through the inverse matrix of the total cost coefficients.

The **purpose** of the research is to study the modification of Leontief's classical "input-output" model through its optimization-based extension developed by M.V. Mikhalevich, incorporating structural and technological shifts, institutional changes, wage levels, and profit shares across various industries. This study seeks to justify the applicability of the modified model for strategic planning of inter-sectoral proportions within an economic policy framework focused on growth without cost inflation. Additionally, it involves the development of AMPL implementations to solve optimization problems related to structural and technological changes in the inter-sectoral balance, utilizing the AMPL (A Modeling Language for Mathematical Programming) through solver SNOPT and BARON on server NEOS.

Results. The AMPL implementation has been developed to solve optimization problems of structural and technological changes in the inter-industry balance. The effectiveness of solving test problems using modern versions of solvers on the NEOS server has been investigated.

Conclusions. The inter-industry models for planning structural and technological changes discussed in the article give rise to complex optimization problems characterized by non-convex objective functions and nonlinear constraints. In order to address these challenges an AMPL implementation of the optimization models for structural and technological changes in the inter-industry balance was developed. Computational results obtained with the SNOPT and BARON solvers on the NEOS server demonstrated the effectiveness of this approach in solving specialized problems.

Keywords: modified 'input-output' models, modelling of inter-industry balance, aggregated demand, optimization, AMPL-implementation, NEOS.